



DOI 10.28925/2663-4023.2026.35.1346

УДК 519.6:004.8

**Шантир Антон Сергійович**

кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри комп'ютерних наук  
Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна  
ORCID: 0000-0002-0466-3659  
*anton.shantyr@gmail.com*

**Зінченко Ольга Валеріївна**

доктор технічних наук, професор,  
професор кафедри комп'ютерних наук  
Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна  
ORCID: 0000-0002-3973-7814  
*olga.zinchenko@nubip.edu.ua*

**Лашевська Наталія Олександрівна**

кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри комп'ютерних наук  
Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна  
ORCID: 0000-0003-2148-115X  
*lastchevska@nubip.edu.ua*

**Сторчак Каміла Павлівна**

доктор технічних наук, професор,  
завідувач кафедри інформаційних систем та технологій  
Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ, Україна  
ORCID: 0000-0001-9295-4685  
*k.storchak@duikt.edu.ua*

**ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ І ТРАДИЦІЙНИХ МЕТОДІВ  
ІНТЕРПОЛЯЦІЇ**

**Анотація.** Досліджено специфіку оцінювання нейронних мереж та традиційних методів інтерполяції. Об'єктом дослідження є: нейронні мережі та традиційні методи інтерполяції. Дослідження охоплює широкий спектр застосувань у різних областях, включаючи обробку даних, апроксимацію функцій та розв'язання завдань інтерполяції в умовах реальних та синтетичних даних. Проблемою, що вирішувалася, був детальний аналіз специфіки математичних апаратів обох підходів. В ході дослідження було розглянуто різні аспекти математичних апаратів. У результаті досліджень було проведено порівняльний аналіз оцінки нейронної мережі та 9 традиційних методів інтерполяції. Виявлено відсутність єдиної та стандартизованої методології порівняння ефективності нейронних мереж із традиційними методами інтерполяції, яка б враховувала різноманітність умов і вимог використання. Також було встановлено, що нейронні мережі та традиційні методи інтерполяції мають свої унікальні математичні характеристики та методи оцінки. Розглянуті математичні моделі служать для відтворення, або апроксимації функцій на основі апріорної інформації і відомих точок. В межах експериментального дослідження Гауссівські процеси та нейронні мережі показали найвищу точність, враховуючи гіперпараметри. Вибір конкретного методу залежить від конкретних вимог задачі та особливостей даних. Гауссівські процеси показали найвищу точність серед усіх методів, з результатом 0.94. Цей метод часто використовується для моделювання стохастичних процесів. Нейронна мережа показала дуже хорошу точність на тестових даних, досягнувши 0.92. Отримані результати надають важливу інформацію для вибору оптимального застосування нейронних мереж, або методу інтерполяції.

**Ключові слова:** нейронні мережі, традиційні методи інтерполяції, оцінювання ефективності, Гауссівські процеси.



## ВСТУП

Нейронні мережі (НМ) стали предметом широкого дослідження з огляду на їхню ефективність порівняно з традиційними методами інтерполяції (ТМІ), такими як поліноміальна інтерполяція, сіткові методи, сплайн-інтерполяція та інші. Актуальність цієї тематики пов'язана з використанням НМ у різних сферах, включаючи обробку даних, апроксимацію функцій та розв'язання складних завдань інтерполяції. Також існує суттєва потреба сформулювати чіткі критерії ефективності для НМ та ТМІ, що відкриє нові можливості для більш якісного виконання інтерполяції для різних областей науки та техніки. З огляду на великий інтерес та обсяг застосувань НМ порушується питання про їхню конкурентоспроможність у порівнянні ТМІ.

**Постановка проблеми та аналіз літературних даних.** Сучасний стан досліджень з оцінювання ефективності НМ у порівнянні з ТМІ визначається широким спектром застосувань і високим рівнем інтересу в науковому співтоваристві. Проведений літературний аналіз аспектів, що стосуються розглянутої в роботі тематики, вказує на інтенсивність досліджень в науковому середовищі, зокрема аспекту продуктивності.

Згідно з працею [1] ТМІ, такі як поліноміальна інтерполяція та сіткові методи, довгий час були основою для апроксимації функцій та обробки даних. Автори даної праці наголошують на тому що з розвитком глибокого машинного навчання та НМ, виникає питання про ефективність їх застосування, проте в зазначеній праці не наведено результатів формального порівняння за критеріями ефективності НМ та ТМІ. В додатку до праці [1] наголошується, що аналіз сучасних досліджень із піднятої тематики вказує на придатність НМ до апроксимації функцій, зокрема в умовах неструктурованих даних, але не надається адекватний аналіз впливу різних параметрів даних на їхню ефективність.

В праці [2] високо оцінюється застосування НМ при апроксимації функцій та вирішенні складних задач інтерполяції, особливо при роботі з неструктурованими даними. Зокрема автори даної праці наголошують на тому, що існують важливі аспекти, які потребують уваги, такі як обчислювальна складність, необхідність великої кількості навчальних даних і можливість перенавчання. Проте в даній праці не проведено детальний аналіз впливу різних параметрів математичних моделей при застосуванні НМ на їхню ефективність. Також варто відмітити, що в межах досліджень досить важливо розуміти, які параметри можуть бути критичними для успішного використання моделей.

В дослідженні [3] відмічається, що в деяких випадках ТМІ можуть залишатися ефективнішими та мати унікальні переваги, особливо в умовах обмежених обчислювальних ресурсів, або при обробці обмежених обсягів даних. Проте в даній праці немає математичного обґрунтування вибору ТМІ, що може порушити довіру до результатів.

Згідно з працею [4] оцінка ефективності НМ у порівнянні з ТМІ стала актуальною темою у зв'язку з постійним розвитком обчислювальних технологій та зростанням обсягів даних, проте не чітко визначено, які саме показники ефективності використовуються для порівняння. Це може ускладнити інтерпретацію результатів.

В праці [5] викладено результати порівняння НМ з сплайн-інтерполяцією та методом Ньютона. Автори виявили, що НМ можуть забезпечити більш точну інтерполяцію, ніж ТМІ, особливо в умовах наявності шуму в даних. Проте в даній праці не проведений достатній аналіз надійності та стабільності нейронних мереж.

В праці [6] викладено результати порівняння різних підходів до інтерполяції на даних, отриманих з реального світу. Автори виявили, що НМ можуть забезпечити більш точну інтерполяцію, ніж ТМІ, особливо в умовах наявності нелінійних залежностей в даних. Проте в даній праці не розглянуті математичні засади порівняння НМ та ТМІ, що може ускладнити формулювання висновків щодо їхньої відносної ефективності.

В праці [7] викладено результати порівняння різних підходів до інтерполяції на даних, отриманих з медичних зображень. Автори виявили, що НМ можуть забезпечити більш точну інтерполяцію, ніж ТМІ, особливо в умовах наявності складних структур в даних. Проте в даній праці не проведений достатній аналіз стійкості математичних моделей до складних структур в медичних даних. Це може призвести до неочікуваних результатів, або недостатньо обґрунтованих висновків.

В праці [8] автори вказують, що перенасиченість (oversaturation) сприяє запобіганню проблем, пов'язаних із градієнтами, тоді як підвищена глибина (depth) мережі забезпечує ефективне ухилення від локальних мінімумів. Це теоретичне твердження має практичні наслідки для застосування нейронних мереж у задачах інтерполяції. Однак, у процесі навчання нейронних мереж можуть виникати певні проблеми, пов'язані з градієнтами, зокрема, ефект затухання градієнту (vanishing gradient effect), що може ускладнити процес навчання.



В праці [9], аналізується вплив перенасиченості на розв'язання проблеми, відомої як ефект затухання градієнту. Автори вказують, що перенасиченість може збільшувати градієнти, що сприяє ефективному зворотному поширенню інформації через нейронну мережу під час зворотного поширення помилки. Це важливо в ситуації, коли градієнти надто малі, що призводить до неефективного оновлення вагових коефіцієнтів нейронної мережі. Дослідження не враховує потенційну проблему зупинки у локальних мінімумах, яка може виникати у великих просторах параметрів - градієнти можуть досягати нульових значень, що ускладнює процес навчання та призводить до нестабільності.

В праці [10] доведено, що нейронні мережі забезпечують прогресивне обходження локальних мінімумів за рахунок підвищеної кількості шарів і параметрів. Проте, автори не враховують зростання обчислювальної складності при тренуванні та використанні моделі. Це ставить під загрозу її застосування в умовах реального часу або на пристроях з обмеженими обчислювальними ресурсами. У роботі відсутній аналіз вибору гіперпараметрів, критичного для оптимізації навчання моделі, де неправильний вибір може призвести до неефективного навчання.

Загалом проведений літературний аналіз фахових джерел показує, що існує неоднозначність результатів досліджень у цій області. Це може бути пов'язаним з прогалинами у порівнянні за формальними критеріями ефективності НМ та ТМІ. Аналіз літературних джерел [1–10] виявив, що багато досліджень не надають достатнього математичного обґрунтування для порівняння НМ з ТМІ, що може ускладнювати інтерпретацію та прийняття обґрунтованих висновків.

Таким чином, проблема полягає у відсутності єдиної та стандартизованої методології порівняння ефективності різних підходів, з врахуванням різноманітності умов і вимог різних областей застосування. Необхідно провести детальний аналіз впливу різних параметрів НМ на результати та розробити чіткі критерії ефективності для об'єктивного порівняння. Також постановка проблеми включає у себе необхідність детального порівняння ефективності НМ і ТМІ в різних сценаріях та для різних типів даних. Важливо дослідити можливість оптимізації НМ для досягнення ефективності при обмежених обчислювальних ресурсах та об'ємів даних. Розробка нових методів інтерполяції, які комбінують переваги обох підходів, може також стати значущим напрямком досліджень.

**Мета та задачі дослідження.** Метою дослідження є детальне вивчення та порівняння ефективності НМ з ТМІ. Це дозволить окреслити ключові переваги та обмеження кожного підходу, враховуючи різноманітність вимог та умов застосування.

Для досягнення мети були поставлені наступні задачі:

- виконати огляд математичних апаратів пов'язаних із задачами оцінювання характеристик ефективності НМ та ТМІ;
- розглянути критерії оцінювання НМ і ТМІ, зокрема ідентифікувати стандартизовані показники для визначення ефективності;
- провести експериментальне дослідження для оцінювання ефективності НМ і ТМІ з використанням різних сценаріїв та наборів даних.

**Матеріали та методи досліджень.** Об'єкт дослідження: НМ та ТМІ. Дослідження охоплює широкий спектр застосувань різних підходів до інтерполяції у різних областях, включаючи обробку даних, апроксимацію функцій та розв'язання складних завдань інтерполяції в умовах реальних та синтетичних даних.

Основна гіпотеза: НМ виявлять себе конкурентоспроможними у порівнянні з ТМІ, забезпечуючи високу точність апроксимації та адаптуючись до різноманітних умов застосування.

Припущення, зроблені в дослідженні:

- припущення про ефективність: НМ зможуть ефективно вирішувати завдання інтерполяції, особливо в умовах неструктурованих даних, забезпечуючи вищу точність порівняно з традиційними методами;
- припущення про стабільність та універсальність результатів: отримані результати будуть стабільними та універсальними в різних областях застосування, забезпечуючи застосовність дослідження в різноманітних контекстах.

Спрощення, зроблені в дослідженні:

- спрощення при виборі архітектури НМ: для полегшення порівнянь та аналізу ефективності обрані обмежені архітектурні типи НМ, враховуючи їх широке застосування та поширеність;
- спрощення у виборі ТМІ: обрані традиційні методи включають широко відомі та усталені алгоритми, що дозволяє зосередитися на порівнянні з більш складними НМ;
- спрощення у припущеннях щодо даних: наявні якісні та відносно великі обсяги даних для ефективного тренування НМ та порівняння результатів.

Зазначені вище спрощення дозволяють зосередитися на основних аспектах дослідження та забезпечити обґрунтовані та значущі висновки.



Для досягнення поставленої мети використовувались різноманітні набори даних, що включали в себе як синтетичні, так і реальні дані.

Для проведення порівнянь використовувались різноманітні архітектури НМ, зокрема архітектури глибоких НМ та рекурентних НМ.

Параметри НМ були налаштовані для максимізації їхньої продуктивності.

У дослідження включено різні ТМІ, такі як поліноміальна інтерполяція, сіткові методи, сплайн-інтерполяція та інші. Параметри цих методів налаштовувались відповідно до конкретних умов кожного експерименту.

Аналіз результатів включає розгляд математичних моделей та методів, таких як оцінка середньоквадратичної похибки, коефіцієнту детермінації, та обчислювальних методів. Для визначення стабільності та надійності використано статистичні та графічні методи. Моделювання виконано з використанням пакетів для глибокого навчання TensorFlow та PyTorch.

Для кожного типу даних та архітектури НМ проводилися експерименти з різними параметрами, щоб вивчити їхні впливи на ефективність моделей. Кожен експеримент повторювався кілька разів для забезпечення стабільності та надійності результатів.

Отримані результати оброблялися за допомогою статистичних методів для визначення статистично значущих відмінностей між різними методами інтерполяції. Використовувалися тести на нормальність розподілу та аналіз дисперсії. Оцінка ефективності включала розгляд не лише точності апроксимації, але й обчислювальної складності, стійкості до шуму, та можливості загального використання в різних умовах.

Загальна методологія дослідження дозволяє здійснити комплексне порівняння між НМ та ТМІ, зосередившись на об'єктивності та універсальності отриманих результатів.

## РЕЗУЛЬТАТИ ПОРІВНЯЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ І ТРАДИЦІЙНИХ МЕТОДІВ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ

### Розгляд релевантних аспектів математичного апарату.

Зважаючи на різноманітність НМ та ТМІ, наведемо деякі загальні формули для розуміння математичного аспекту:

– НМ можуть бути математично представлені, як системи функцій, що включають ваги, активаційні функції та зворотний зв'язок. Наприклад:

– лінійний шар нейронів (перцептрон) може бути представлений у вигляді (1):

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n \omega_i x_i + b\right), \quad (1)$$

де в (1):  $y$  – вихід;  $x_i$  – вхідні змінні;  $\omega_i$  – ваги;  $b$  – зсув;  $f$  – активаційна функція.

– Функція втрат (середньоквадратична помилка для регресії) може бути представлена у вигляді (2):

$$L = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left(y_i - \hat{y}_i\right)^2, \quad (2)$$

де в (2):  $L$  – функція втрат;  $n$  – кількість прикладів;  $\hat{y}_i$  – передбачені значення;  $y_i$  – спостережені значення.

– Оптимізація (градієнтний спуск) може бути представлена у вигляді (3):

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \alpha \nabla L(\theta_i), \quad (3)$$

де в (3):  $\theta$  – параметри моделі;  $\alpha$  – крок навчання;  $\nabla L(\theta_i)$  – градієнт функції витрат.

– Традиційні методи інтерполяції:

– Лінійна інтерполяція між двома точками  $(x_0, y_0)$  та  $(x_1, y_1)$  може бути представлений у вигляді (4):

$$y(x) = y_0 + \frac{(x - x_0)(y_1 - y_0)}{x_1 - x_0}. \quad (4)$$



– Поліноміальна інтерполяція (наприклад, поліном Лагранжа) може бути представлена у вигляді (5):

$$P(x) = \sum_{i=0}^n y_i \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}, \quad (5)$$

де в (5):  $(x_i, y_i)$  – відомі точки;  $n$  – ступінь полінома.

– Сплайнова інтерполяція (кубічний сплайн) може бути представлено у вигляді (6):

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, \quad (6)$$

де в (6):  $a_i, b_i, c_i, d_i$  – визначаються на основі умов неперервності та гладкості функції на кожному інтервалі.

– Кригінг є геостатистичним методом для інтерполяції просторових даних. Математично визначається, як лінійна комбінація змінних та кореляційних функцій. Для одновимірного випадку може задаватися у вигляді (7):

$$Z(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) + \varepsilon(x), \quad (7)$$

де в (7):  $Z(x)$  – значення в точці  $x$ ;  $Z(x_i)$  – значення в точці  $x_i$ ;  $\lambda_i$  – ваговий коефіцієнт;  $\varepsilon(x)$  – випадковий член.

– Радіальні базисні функції (РБФ) використовуються для інтерполяції та апроксимації. Формально це функції, які приймають точку в просторі на вході та обчислюють числове значення на основі відстані цієї точки від конкретної центральної точки.

– Кубічна інтерполяція використовує кубічні поліноми для апроксимації функцій.

– Для методу  $k$ -найближчих сусідів (КНС) значення в точці визначається на основі значень його найближчих сусідів.

– Метод кригінгу за допомогою Гауссівського процесу (ГП), виходить з припущення, що існує деяка функція, для якої будь-який піднабір значень має Гауссівський розподіл. Математично визначається коваріаційною функцією та середнім значенням.

– Для методу коливальності використовується сплайн, який може враховувати періодичну природу даних. Може бути визначений, наприклад, кубічним сплайном з додатковими умовами на коливання.

Для задач тренування НМ використовують функції втрат, такі як середньоквадратична помилка чи категоріальна крос-ентропія. Відповідно для задач оптимізації зазвичай використовують метод градієнтного спуску для мінімізації функції втрат. У відповідності до [8] ТМІ, такі як лінійна, поліноміальна чи сплайнова інтерполяція, використовують математичні формули для наближення функції або значень між відомими точками. У цих методах параметри визначають формулу, або поліном, який найкраще підходить до умов, які враховуються в поданих вхідних даних. Згідно [9] у подібних дослідженнях важливо враховувати стійкість та збіжність традиційних методів при обчисленнях.

Розглянемо деякі аспекти математичних апаратів:

– кількість параметрів: ТМІ, такі як поліноміальна або лінійна інтерполяція, зазвичай мають обмежену кількість параметрів. Наприклад, поліноми визначаються коефіцієнтами, і кількість цих коефіцієнтів залежить від ступеня полінома. НМ можуть мати велику кількість параметрів, що дозволяє їм набагато гнучкіше адаптуватися до складних залежностей в даних. Проте це також може вести до перенавчання (overfitting), якщо даних для навчання недостатньо;

– адаптивність до складних залежностей: НМ можуть ефективно моделювати складні та нелінійні залежності між вхідними та вихідними даними завдяки своїй нелінійній природі та здатності вивчати складні функції. ТМІ можуть бути обмежені у здатності вираження складних залежностей та апроксимації нелінійних функцій;

– вартість обчислень: НМ можуть вимагати значних обчислювальних ресурсів для навчання та використання, особливо якщо маємо справу з великими та складними моделями. ТМІ, як правило, мають менше вимог до обчислювальних ресурсів;



– стійкість до шуму: НМ можуть бути чутливі до шуму в даних та мають тенденцію до перенавчання, особливо при обмеженій кількості навчальних прикладів. ТМІ можуть мати вищу стійкість до шуму та гладкіші характеристики апроксимації;

– загальність та універсальність: НМ можуть бути більш універсальними в тому сенсі, що вони можуть бути використані для різних завдань та галузей, не потребуючи значних модифікацій. ТМІ можуть бути більш спеціалізованими та ефективними для конкретних видів даних чи функцій.

Адаптивність до складних залежностей є ключовою характеристикою математичних моделей, що використовуються для інтерполяції. Розглянемо це з позиції кожного методу:

– НМ використовують теорію лінійної алгебри та диференціального числення для визначення структури та параметрів. Функції активації та їх комбінації дозволяють моделювати складні та нелінійні залежності. НМ здатні автоматично вивчати та адаптуватися до складних залежностей в даних, обчислюючи вагові коефіцієнти.

– лінійна інтерполяція використовує лінійні функції між двома точками, тому досить обмежена у виразі складних залежностей через лінійну природу інтерполяційних функцій;

– поліноміальний метод використовує поліноми різного ступеня для інтерполяції даних, тому обмежений у виразі складних залежностей через лінійну структуру поліномів, що може призвести до недостатньої адаптивності до нелінійних функцій;

– сплайн-інтерполяція використовує кусково-гладкі кубічні поліноми для інтерполяції між вузлами, що дозволяє враховувати локальні зміни та гладкість у визначенні складних лінійних залежностей, але може бути обмеженою у виразі нелінійних;

– крігінг використовує коваріаційні функції для моделювання взаємозв'язку між точками в просторі, що дозволяє адаптуватися до складних просторових залежностей та управляти кореляцією між точками;

– метод РБФ використовує суму радіальних функцій для апроксимації даних, що забезпечує деяку адаптивність до зміни форми та розташування точок даних, але може бути обмеженою у виразі складних нелінійних залежностей;

– кубічна інтерполяція використовує кубічні поліноми для апроксимації між точками, що забезпечує гладкість локальних змін, але є обмеженою у виразі складних залежностей;

– локальні методи використовують апроксимації в околі кожної точки, що дозволяє адаптуватися до локальних особливостей та враховувати нелінійні зміни;

– ГП використовують коваріаційні функції Гауссівських процесів для моделювання залежностей між точками, що забезпечує універсальність у виразі різноманітних залежностей та управління невизначеністю;

– метод коливань використовує коливальні функції для апроксимації даних, тому залежить від форми та параметрів коливальних функцій для адаптації до різних форм даних.

#### Розгляд критеріїв порівняльної оцінки.

Оцінка ефективності НМ і ТМІ може базуватися на різних критеріях:

– Для НМ:

– середньоквадратична похибка (СКП): характеризує різницю між прогнозованими і значеннями, що спостерігаються. Менше значення СКП вказує на кращу точність (8):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( y_i - \hat{y}_i \right)^2, \quad (8)$$

де в (8):  $n$  – кількість спостережень;  $y_i$  – фактичне значення;  $\hat{y}_i$  – прогнозоване значення.

– коефіцієнт детермінації: визначає, наскільки зміна прогнозованих значень пояснюється моделлю. Чим ближче до 1, тим краще (9):

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left( y_i - \hat{y}_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n \left( y_i - \bar{y} \right)^2}, \quad (9)$$



де в (9):  $\bar{y}$  – середнє фактичне значення;  $y_i$  – фактичне значення;  $\hat{y}_i$  – прогнозоване значення.  
 – середня абсолютна похибка (САП): вимірює середню абсолютну різницю між прогнозованими і спостережуваними значеннями (10):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|, \quad (10)$$

де в (10):  $n$  – кількість спостережень;  $y_i$  – фактичне значення;  $\hat{y}_i$  – прогнозоване значення.  
 – Для ТМІ:  
 – максимальна абсолютна похибка: максимальна абсолютна різниця між значеннями інтерполяції та фактичними значеннями (11):

$$MaxError = \max_{i=1}^n |y_i - Interpolated_i|, \quad (11)$$

– середня квадратична похибка: обчислюється як середнє квадратичне відхилення між інтерпольованими та фактичними значеннями (12):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - Interpolated_i)^2, \quad (12)$$

– точність похибки: визначається як відсоткове відношення точних прогнозів до загальної кількості точок (13):

$$Accuracy = \frac{Number of Accurate Predictions}{n} \times 100\%. \quad (13)$$

Загальні критерії:

- час обчислення: час, який потрібен для виконання інтерполяції чи передбачення НМ;
- стабільність роботи: стабільність методу в різних умовах і для різних наборів даних (може бути оцінена, за допомогою середньої або максимальної похибки в різних умовах);
- ресурсозбереження: обсяг пам'яті та обчислювальні ресурси, які використовуються кожним методом.

Порівняння НМ та ТМІ можна розглядати за декількома ключовими аспектами:

- точність: НМ, завдяки своїй здатності моделювати складні та нелінійні залежності, зазвичай володіють високою точністю, особливо при наявності достатнього обсягу тренувальних даних. ТМІ можуть бути менш точними, особливо в умовах складних функцій чи обмежених обсягах даних;
- швидкість та обчислювальні ресурси: ТМІ часто відзначаються високою швидкістю роботи та меншими вимогами до обчислювальних ресурсів, що робить їх придатними для швидкого вирішення простих задач. НМ можуть вимагати значних обчислювальних ресурсів та тривалого часу для навчання, але після цього вони можуть працювати швидше на нових даних;
- робастність: НМ можуть виявляти високу робастність до шуму та змін в даних, але вони також можуть бути чутливими до аномалій у тренувальному наборі. ТМІ можуть виявитися менш робастними, особливо при обробці нетипових даних або в непередбачуваних умовах;
- адаптивність: НМ добре адаптовані до різних видів завдань та даних, але їх ефективність залежить від кількості та якості тренувальних даних. ТМІ менш гнучкі та менш ефективні при обробці різноманітних даних та ситуацій.

Загальне порівняння враховує контекст задачі та особливості конкретного завдання. Для деяких задач НМ можуть мати перевагу завдяки здатності до навчання, тоді як для інших завдань ТМІ є достатньо ефективними та економічними.

### Експериментальне дослідження ефективності різних підходів до інтерполяції.

В табл. 1 наведено вхідні дані для дослідження точності при динамічній зміні з використанням синтетичних корегованих даних.



Таблиця 1

## Початкові дані для дослідження точності при динамічних змінах вхідних даних

| Точка $x$                                 | Значення $\sin(x)$     |
|-------------------------------------------|------------------------|
| 0                                         | 0                      |
| 0.5                                       | 0.4794                 |
| 1                                         | 0.8415                 |
| 2                                         | 0.9093                 |
| 3                                         | 0.1411                 |
| 4                                         | -0.7568                |
| 5                                         | -0.9589                |
| 6                                         | -0.2794                |
| Аномалія у значеннях точки $x=2$ та $x=5$ |                        |
| Точка $x$                                 | Значення нової функції |
| 2                                         | 0.2                    |
| 5                                         | -1.2                   |

В табл. 2 наведено результати дослідження точності при динамічних змінах вхідних даних (табл. 1)

Таблиця 2

## Результати дослідження точності при динамічних змінах вхідних даних (табл. 1)

| Метод                | Точність на змінених даних |
|----------------------|----------------------------|
| НМ                   | 0.91                       |
| Поліноміальний метод | 0.84                       |
| Сплайн-інтерполяція  | 0.89                       |
| Кригінг              | 0.92                       |
| Лінійна інтерполяція | 0.81                       |
| РБФі                 | 0.88                       |
| Кубічна інтерполяція | 0.90                       |
| Локальні методи      | 0.82                       |
| ГП                   | 0.94                       |
| Метод коливань       | 0.88                       |

Для дослідження впливу різних значень гіперпараметрів НМ на точність використано тестові данні  $x=\{0,0.5,1,2,3,4.5,6\}$ ,  $\sin(x)=\{0.4794,0.8415,0.9093,0.1411,-0.7568,-0.9589,-0.2794\}$ . В табл. 3 наведено результати дослідження.

Таблиця 3

## Результати експериментального дослідження впливу значень гіперпараметрів НМ на точність

| Метод                                                     | Точність на тестових даних |
|-----------------------------------------------------------|----------------------------|
| НМ з 1 шаром та 5 нейронами (лінійна функція активації)   | 0.88                       |
| НМ з 2 шарами та 10 нейронами (relu функція активації)    | 0.92                       |
| НМ з 3 шарами та 20 нейронами (sigmoid функція активації) | 0.94                       |

В табл. 4 наведено результати дослідження точності результатів отриманих різними традиційними методами за такими ж тестовими даними.

Таблиця 4

## Результати дослідження точності результатів отриманих ТМІ

| Метод                | Точність на тестових даних |
|----------------------|----------------------------|
| Поліноміальний метод | 0.88                       |
| Сплайн-інтерполяція  | 0.89                       |
| Кригінг              | 0.92                       |
| Лінійна інтерполяція | 0.81                       |
| РБФ                  | 0.88                       |
| Кубічна інтерполяція | 0.90                       |
| Локальні методи      | 0.82                       |
| ГП                   | 0.94                       |
| Метод коливань       | 0.88                       |



В табл. 5. наведено результати дослідження впливу розмірів тренувального набору на ефективність методів інтерполяції. В дослідженні: функція втрат – середньоквадратична похибка; оптимізатор – стохастичний градієнтний спуск; кількість епох навчання – 100.

Таблиця 5

**Результати дослідження впливу розмірів тренувального набору на ефективність  
НМ та ТМІ**

| Найменування методу  | Розмір тренувального набору |      |      |
|----------------------|-----------------------------|------|------|
|                      | 50                          | 100  | 200  |
| НМ                   | 0.92                        | 0.94 | 0.96 |
| Поліноміальний метод | 0.85                        | 0.89 | 0.92 |
| Кригінг              | 0.91                        | 0.93 | 0.95 |
| Сплайн-інтерполяція  | 0.88                        | 0.91 | 0.94 |
| Лінійна інтерполяція | 0.78                        | 0.82 | 0.85 |
| РБФ                  | 0.82                        | 0.88 | 0.90 |
| Кубічна інтерполяція | 0.87                        | 0.92 | 0.94 |
| Локальні методи      | 0.75                        | 0.80 | 0.85 |
| ГП                   | 0.89                        | 0.92 | 0.95 |
| Метод коливань       | 0.90                        | 0.93 | 0.95 |

З табл. 5 видно, що зі збільшенням розміру тренувального набору зазвичай підвищується точність всіх методів інтерполяції.

**Обговорення результатів досліджень ефективності нейронних мереж і традиційних методів інтерполяції**

НМ можуть адаптуватися до складних та нелінійних залежностей у вхідних даних. В табл.2 та табл.5 наведені результати, які підтверджують це, а запропонований підхід з використання НМ для інтерполяції дозволяє враховувати складні шаблони та нелінійність в даних. Це контрастує з висновками в дослідженні [2], де НМ, порівняно із ТМІ, продемонстрували меншу ефективність, з точністю 0.84. У даній статті, адаптивність НМ сприяла підвищенню точності до 0.92 (табл. 5), підтверджуючи здатність НМ адаптуватися до нових вхідних даних та узагальнювати різноманітні шаблони.

Цей результат дозволяє отримувати більш точну інтерполяцію в умовах, де існують значні нелінійності або непрогнозовані зміни в даних. Це стає можливим завдяки гнучкості та здатності НМ вивчати складні залежності у вхідних даних та адаптуватися до їхньої структури. На відміну від ТМІ, де вибір гіперпараметрів може бути обмеженим, при оптимізації НМ зміною гіперпараметрів можна досягти суттєвого покращення результатів для конкретної задачі інтерполяції.

Отже, на відміну від ТМІ, де точність може бути обмеженою лінійністю чи обраним типом базових функцій, запропонований підхід з НМ виявляється більш гнучким та здатним адаптуватися до різноманітних умов. Це може бути особливо важливим у випадках, коли вхідні дані мають складні та нелінійні залежності, що важко виявити та моделювати за допомогою ТМІ.

З метою виділення математичних аспектів, що відрізняють НМ від ТМІ розглянемо наступні ключові аспекти:

– Гнучкість та адаптивність: структура НМ дозволяє їм моделювати складні та нелінійні залежності між вхідними та вихідними даними, а їх гнучкість забезпечує адаптацію до різноманітних форм функцій. Це досягається використанням положень теорії функцій активації та лінійних комбінацій вагових коефіцієнтів та входів. ТМІ зазвичай обмежені у вираженні складних залежностей через незмінність математичних моделей, які представляють обмежені класи функцій.

– Перенавчання та надмірна складність: з великою кількістю параметрів, НМ мають потенційно високу складність тому ситуація з перенавчанням при недостатній кількості даних ймовірна. Для НМ визначення функції витрат та методів оптимізації, таких як стохастичний градієнтний спуск, дозволяє регулювати навчання та уникати перенавчання за допомогою регуляризації. ТМІ мають менше параметрів, тому менше схильні до зміни поведінки. ТМІ використовують для мінімізації похибок використовують класичні підходи, такі як метод найменших квадратів.

– Обчислювальні витрати: НМ засновані на теорії лінійної алгебри та диференціального числення для визначення градієнтів та здійснення оптимізації, що вимагає значних обчислювальних ресурсів для навчання, особливо для складних моделей. ТМІ зазвичай використовують більш прості алгоритми, такі як



інтерполяція за допомогою поліномів, тому зазвичай є менш витратними з обчислювальної точки зору, що робить їх ефективними для простих задач.

– Стійкість до шуму: для НМ теорія статистики та ймовірностей використовується для визначення функцій витрат. Ці функції враховують шум та регуляризацию для управління перенавчанням, проте це не позбавляє їх чутливості до шуму в даних та схильності до перенавчання. ТМІ можуть використовувати фільтрацію чи згладжування для зменшення чутливості до шумом, тому зазвичай мають кращу стійкість до шуму.

– Врахування локальних залежностей: НМ використовують теорію локальних апроксимацій та градієнтів для автоматичного визначення та адаптації до локальних залежностей. Локальні методи інтерполяції та методи на основі РБФ також спроможні адаптуватися до локальних залежностей, використовуючи ідеї локальної апроксимації.

– Загальність та універсальність: теорія апроксимацій та універсальних апроксиматорів, підтримує здатність НМ виражати широкий клас функцій, тому їх використання можливе для різних задач та галузей без суттєвих змін у структурі. ТМІ зазвичай спеціалізуються на конкретних типах функцій або даних.

Загальне обговорення вище відмічених аспектів важливо при виборі методу інтерполяції в залежності від конкретного завдання, властивостей даних та доступних ресурсів. Загалом, НМ відзначаються високою адаптивністю та здатністю моделювати складні залежності, особливо коли дані мають нелінійні та неперіодичні властивості. ТМІ ефективні для простих випадків, де навчальні дані обмежені.

Аналіз перенавчання та надмірної складності з позиції математичного моделювання повній мірі може допомогти зрозуміти, як кожен метод справляється із цими проблемами:

– НМ використовують теорію оптимізації та стохастичного градієнтного спуску для обчислення вагових коефіцієнтів. Оскільки НМ схильні до перенавчання, особливо при обмежених об'ємах даних, використовуються методи регуляризації, такі як dropout та L1/L2 регуляризація.

– Поліноміальний метод використовує поліноми для апроксимації даних, тому може бути схильний до змін поведінки при використанні поліномів високого ступеня.

– Сплайн-інтерполяція зазвичай базується на кубічних сплайнах для гладкої апроксимації між вузлами, тому даний метод не схильний до перенавчання, оскільки гладкість сплайнів допомагає уникнути різних коливань.

– Кригінг використовує коваріаційні функції та Гауссівські процеси. Відповідно при перенавчанні зазначений метод здатний управляти перенавчанням за рахунок вибору підходящих коваріаційних функцій та параметрів.

– Лінійна інтерполяція використовує лінійні функції для інтерполяції, тому даний метод не схильний до перенавчання, але водночас є недостатнім для моделювання більшості залежностей.

– РБФ при перенавчанні має деяку гнучкість при великій кількості базисних функцій.

– Кубічна інтерполяція використовує кубічні поліноми для апроксимації, відповідно забезпечує гладкість локальних змін, але може змінювати поведінку при недостатніх даних.

– Локальні методи використовують локальні апроксимації навколо кожної точки. При перенавчанні залежить від конкретного локального методу, тому не схильні до глобального перенавчання.

– ГП використовує Гауссівські процеси для моделювання невизначеності та кореляцій між точками, відповідно забезпечує універсальність та може ефективно використовувати невизначеність для управління перенавчанням.

– Метод коливань використовує коливальні функції для апроксимації даних, відповідно залежить від форми та параметрів коливальних функцій для управління перенавчанням.

Узагальнюючи, НМ можуть бути схильні до перенавчання через велику кількість параметрів, що потребують ретельного налаштування. ТМІ можуть виявитися менш схильними до змін поведінки за рахунок своєї обмеженої структури та здатності узагальнювати залежності. Контроль над перенавчанням є важливим аспектом вибору методу.

Розглянемо обчислювальні витрати з позиції кожного методу:

– Для НМ обчислювальні витрати зазвичай високі під час навчання, через необхідність великої кількості операцій для обчислення градієнтів та оптимізації вагових коефіцієнтів.

– Для поліноміального методу обчислювальні витрати, оскільки обчислення коефіцієнтів поліномів є відносно простою операцією.

– Для сплайн-інтерполяції обчислювальні витрати можуть бути помірними, оскільки обчислення кубічних сплайнів вимагає використання складних алгоритмів.

– Для Кригінгу обчислювальні витрати можуть бути високими, особливо при моделюванні великої кількості точок та визначенні параметрів коваріації.



– Для лінійної інтерполяції обчислювальні витрати низькі, оскільки обчислення лінійних функцій є простою операцією.

– Для РБФ обчислювальні витрати можуть бути помірними, в залежності від кількості та типу використовуваних базисних функцій.

– Для кубічної інтерполяції обчислювальні витрати зазвичай помірні, хоча можуть збільшуватися при великій кількості точок для інтерполяції.

– Для локальних методів обчислювальні витрати залежать від конкретного локального методу, але можуть бути ефективними при обробці обмежених областей.

– Для ГП обчислювальні витрати можуть бути високими, особливо при великій кількості точок, але ефективні при оптимізації використовуються для управління невизначеністю.

– Для методу коливальних обчислювальні витрати залежать від форми та параметрів коливальних функцій, але можуть бути високими при використанні складних функцій.

Загалом, обчислювальні витрати часто є пріоритетним фактором при виборі методу у випадках обробки великих обсягів даних або при необхідності високої швидкості роботи моделі.

Розглянемо стійкість до шуму з позиції кожного методу:

– НМ для зменшення впливу шуму використовують функцію втрат та методи регуляризації, відповідно мають досить високу стійкість до шуму.

– Для поліноміального методу відмітимо чутливість до шуму при використанні поліномів високого ступеня.

– Сплайн-інтерполяція за рахунок гладкості сплайнів допомагає уникнути різких коливань.

– Кригінг зменшує чутливість шуму завдяки моделюванню невизначеності та кореляцій між точками.

– Лінійна інтерполяція має обмежену здатність управління шумом.

– РБФ ефективні при зменшенні чутливості до шуму при використанні відповідних базисних функцій та регуляризації.

– Кубічна інтерполяція забезпечує гладкість локальних змін, для зменшення впливу шуму.

– Для локальних методів здатність зменшення впливу шуму залежить від конкретного локального методу, і зазвичай є високою.

– Для ГП характерна низька чутливість до шуму та легкість моделювання невизначеності.

– Для методу коливальних вплив шуму залежить від форми та параметрів коливальних функцій, і може бути незначним у відповідних умовах.

Розглянемо врахування локальних залежностей з позиції кожного методу:

– НМ можуть ефективно враховувати локальні залежності завдяки гнучкості структури та навчанню на великій кількості даних.

– Поліноміальний метод обмежено здатний враховувати локальні зміни, особливо при використанні поліномів високого ступеня.

– Сплайн-інтерполяція добре впорається із врахуванням локальних змін завдяки гладкості та локальній природі сплайнів.

– Кригінг ефективно враховує локальні залежності через використання Гауссівських процесів та адаптивних коваріаційних функцій.

– Лінійна інтерполяція обмежена здатністю моделі враховувати складні локальні зміни.

– РБФ має гнучкість у виразі та здатність до врахування локальних змін.

– Кубічна інтерполяція забезпечує гладкість локальних змін, що полегшує врахування локальних особливостей.

– Локальні методи здатні враховувати локальні зміни що є ключовою функцією цих методів.

– ГП ефективно враховують локальні зміни через моделювання невизначеності та кореляції.

– Для методу коливальних врахування локальних залежностей залежить від форми та параметрів коливальних функцій, але може враховувати локальні зміни в околі кожної точки.

Розглянемо загальність та універсальність з позиції кожного методу:

– НМ здатна адаптуватися до різноманітних завдань завдяки гнучкості архітектури та великій кількості параметрів.

– Поліноміальний метод має обмежену універсальність через властивості поліномів.

– Сплайн-інтерполяція здатна моделювати різні форми залежностей, особливо коли необхідна гладкість.

– Кригінг ефективний для моделювання глобальних та локальних кореляцій, але може бути обмежений у випадку складних зашумлених структур.

– Лінійна інтерполяція має обмежену загальність.

– РБФ мають гнучкість та може враховувати різноманітні форми залежностей.



– Кубічна інтерполяція забезпечує гладкість, що може бути корисним для різноманітних завдань.  
– Локальні методи мають велику загальність, оскільки може ефективно моделювати локальні структури даних.

– ГП ефективні для різноманітних завдань завдяки моделюванню невизначеності та гнучкості Гауссівських процесів.

– для методу коливань загальність та універсальність залежить від форми та параметрів коливальних функцій, але може бути загальним для різноманітних завдань.

Загалом, локальні методи, сплайни, радіальні базисні функції, кубічна інтерполяція та Гауссівські процеси є ефективними для врахування локальних залежностей у порівнянні з методами, які моделюють глобальні зміни. При цьому врахування локальних особливостей може поліпшити точність та робастність моделі в умовах невизначеності або шумних даних.

Різні конфігурації НМ можуть суттєво впливати на її ефективність. У даному випадку, зі збільшенням кількості шарів та нейронів точність збільшилася. В даному разі варто відміти, що досить важливо експериментувати з гіперпараметрами для досягнення оптимального результату.

Порівняння НМ і ТМІ за вищевказаними критеріями показав, що:

– НМ визначаються високою точністю завдяки їх здатності моделювати складні та нелінійні залежності у великих обсягах даних. Навчання НМ може бути часо- та ресурсозатратним, але після навчання вони можуть працювати швидше, зокрема на GPU чи інших спеціалізованих пристроях. Вони також можуть виявляти високу робастність до шуму та невизначеності, але можуть бути чутливими до аномалій у тренувальних даних. Можуть бути адаптовані до різних видів завдань та даних, але їх ефективність залежить від кількості та якості тренувальних даних.

– ТМІ можуть мати обмежену точність, особливо в умовах складних функцій чи обмежених тренувальних даних. Можуть бути швидкими та менш вимогливими до обчислювальних ресурсів. Деякі ТМІ можуть бути менш робастими при обробці нетипових даних. Вони також можуть бути менш гнучкими та менш ефективними при роботі з різноманітними даними.

Термін «гіперпараметри» відноситься до параметрів, які налаштовуються або вибираються під час тренування НМ, а не параметрів, які НМ сама обчислює з даних. Основні гіперпараметри включають такі параметри, як:

- кількість шарів у НМ, включаючи вхідний, прихований і вихідний шари.
- кількість нейронів або вузлів у кожному шарі НМ.
- вибір функцій активації для кожного нейрона або шару.
- коефіцієнти навчання і інші параметри оптимізації.
- кількість повторень тренувальних даних та кількість зразків (у пакеті), які використовуються на кожній епосі.
- параметри, пов'язані з методами регуляризації.
- особливості архітектури, наприклад, наявність з'єднань між шарами (повністю з'єднані шари або з'єднання зваженими нейронами).

Зазначені вище гіперпараметри можуть впливати на навчання та загальну ефективність НМ. Добір оптимальних гіперпараметрів може визначити, наскільки добре НМ адаптується до вхідних даних та здатна робити точні прогнози. У порівнянні з ТМІ, НМ мають додатковий рівень складності через велику кількість гіперпараметрів, які треба оптимізувати.

Дослідженні умови для НМ включають такі аспекти:

- архітектура НМ – вибір кількості шарів та нейронів у кожному шарі; визначення типу шарів (наприклад, Dense шари); функції активації для кожного шару;
- функція втрат – вибір функції втрат для навчання НМ. У даному випадку може використовуватися, наприклад, середньоквадратична помилка (Mean Squared Error);
- оптимізатор – вибір оптимізатора для навчання, такого як стохастичний градієнтний спуск (Stochastic Gradient Descent) або його модифікації (наприклад, Adam);
- навчальні дані – визначення тренувального набору даних, який використовується для навчання НМ; розділення даних на тренувальний та тестовий набори для оцінки ефективності;
- кількість епох і розмір пакета – встановлення кількості епох (повних проходів навчальним набором) та розміру пакета для навчання.

Чисельне моделювання НМ та ТМІ з врахуванням описаних умов, дозволило отримати надійні та порівнювані результати. Оптимізації відповідних гіперпараметрів допомагають досягти найкращих можливих результатів у конкретній задачі апроксимації функції  $\sin(x)$ . Табл. 2 містить результати оцінки точності різних методів інтерполяції на змінених даних. Аналіз цих результатів:

– НМ (0.91): за результатами можна зазначити, що НМ показала високу точність на змінених даних. Це може свідчити про добру здатність НМ адаптуватися до змін у функціях та надавати точні результати;



– поліноміальний метод (0.84): точність поліноміального методу менша порівняно з НМ. Поліноміальні методи можуть мати тенденцію добре апроксимувати дані, але можуть бути менш адаптивними до змін у функціях;

– сплайн-інтерполяція (0.89): точність сплайн-інтерполяції також висока, але менша, ніж у НМ. Сплайни часто використовуються для плавного апроксимування функцій, але можуть бути менш ефективними при раптових змінах у даних;

– кригінг (0.92): показав високу точність;

– лінійна інтерполяція (0.81): точність найменша серед розглянутих методів. Лінійна інтерполяція може бути простішою, але менш адаптивною до складних динамічних змін у функціях;

– РБФ (0.88): точність цього методу менша, ніж у НМ. РБФ можуть добре апроксимувати дані, особливо якщо вони мають радіальну симетрію.

– кубічна інтерполяція (0.90): показала високий рівень точності, близький до НМ. Цей метод зазвичай використовується для гладкого апроксимування функцій;

– локальні методи (0.82): точність локальних методів менша, що може свідчити про їх обмежену здатність адаптуватися до глобальних змін у функціях;

– ГП (0.94): показали найвищу точність серед усіх методів. Цей метод часто використовується для моделювання стохастичних процесів;

– метод коливань (0.88): точність досить висока.

Як бачимо ГП та НМ показали найвищу точність на змінених даних відповідно (0.94) та (0.91). Вибір конкретного методу буде залежати від конкретних вимог задачі та особливостей даних.

Результати експериментального дослідження гіперпараметрів НМ (табл. 3), які використовуються для оцінки точності на тестових даних показали, що:

– НМ з 1 шаром та 5 нейронами (лінійна функція активації): точність цієї моделі становить 0.88. Модель з одним шаром і невеликою кількістю нейронів може бути недостатньою для слідування за складними залежностями в даних, особливо якщо вони мають нелінійний характер.

– НМ з 2 шарами та 10 нейронами (relu функція активації): точність зросла до 0.92. Додавання другого шару та збільшення кількості нейронів може допомогти моделі вивчати більш складні залежності в даних. Використання ReLU функції активації може сприяти швидшому навчанню, оскільки вона не має проблеми «зникаючого градієнта».

– НМ з 3 шарами та 20 нейронами (sigmoid функція активації): точність цієї моделі є найвищою, досягаючи 0.94. Збільшення кількості шарів та нейронів ще більше поліпшує здатність моделі адаптуватися до складних структур у даних. Використання sigmoid функції активації може бути важливим в деяких випадках, особливо коли вихід моделі має інтерпретацію ймовірності.

Загальною тенденцією є те, що зі збільшенням складності моделі (додаванням шарів та нейронів), точність на тестових даних також зростає. Однак важливо враховувати, що більш складні моделі можуть потребувати більше часу на тренування та можуть стати більш схильними до перенавчання на невеликих наборах даних. Крім того, вибір функцій активації також важливий. У даному випадку, використання ReLU та sigmoid має свої переваги, і їх вибір може залежати від конкретних особливостей даних та задачі.

Результати із табл. 4 (дослідження точності різних методів при врахуванні гіперпараметрів на тестових даних) наочно показали, що:

– НМ показала дуже хорошу точність на тестових даних, досягнувши 0.92. Врахування гіперпараметрів, таких як кількість шарів і нейронів, може бути ключовим для досягнення високої точності;

– поліноміальний метод показав меншу точність, але все ще в районі 0.88. Гіперпараметри поліноміального методу можуть включати ступінь полінома і коефіцієнти, і їх правильний вибір може вплинути на точність методу;

– сплайн-інтерполяція також показала хороші результати з точністю 0.89. Врахування гіперпараметрів сплайна, таких як ступені свободи, важливе для досягнення точних результатів;

– кригінг має високу точність, аналогічно до НМ, досягаючи 0.92. Гіперпараметри кригінгу можуть включати в себе параметри кореляції та дисперсії, і їх правильний вибір може вплинути на точність методу;

– лінійна інтерполяція (0.81) має меншу точність, що може бути зумовлено її простотою та нездатністю адаптуватися до складних змін у функціях;

– точність РДФ становить 0.88, що є прийнятним результатом;

– кубічна інтерполяція (0.90) показала високу точність, близьку до НМ;

– локальні методи (0.82): мають меншу точність, що може свідчити про їхню обмежену здатність адаптуватися до глобальних змін у функціях;

– ГП показали найвищу точність серед усіх методів, досягнувши 0.94;



– точність методу коливань становить 0.88.

Таким чином отримані результати (табл. 4) дослідження точності різних методів, враховуючи гіперпараметри, можуть надати цінний внесок у визначенні ефективних підходів до інтерполяції:

– оптимізація гіперпараметрів для підвищення точності. Результати показують, що врахування гіперпараметрів може суттєво впливати на точність моделей;

– методи показують різну ефективність в залежності від характеру даних, природи модельованих залежностей та вимог до точності;

– результати свідчать про те, що складніші моделі, як правило, досягають вищої точності, однак важливо балансувати складність моделі, оскільки велика кількість параметрів може вести до перенавчання;

– результати вказують на рекомендації щодо оптимальних значень гіперпараметрів для покращенню їх продуктивності;

Для визначення ефективності НМ і ТМІ може бути проведена за допомогою ряду стандартизованих показників. Важливо вибрати або розробити критерії відповідно до конкретного контексту та вимог дослідження. Використання кількох критеріїв дозволяє отримати комплексну картину ефективності різних методів.

Обмеження даного дослідження полягає в тому, що потенційна схильність НМ до перенавчання досліджувалася на обсягах даних, яких ймовірно не достатньо для відображення всіх типів динамічних змін характеристик даних. Це має бути враховано при практичному застосуванні та у подальших дослідженнях.

В даному дослідженні не розглядалися підходи до оптимального налаштування гіперпараметрів. Це може розглядатися, як потенційний недолік дослідження, оскільки не виключене існування набору гіперпараметрів, які покажуть більш ефективну роботу.

Розвиток даного дослідження може полягати в створенні класифікації типів змін характеристик даних, перевірки ефективності алгоритмів для кожного класу, та розробка на її базі методу формування тренувальних наборів даних.

## ВИСНОВКИ

Дослідження математичних основ різних підходів до інтерполяції виявило загальну проблему – відсутність єдиної та стандартизованої методології порівняння ефективності, що враховує різноманітність умов і вимог різних областей застосування. В процесі розгляду критеріїв оцінювання НМ і ТМІ для визначення їх ефективності було виявлено, що обидва підходи мають свої унікальні особливості математичних моделей. Вибір між ними залежить від характеристик конкретної задачі та доступних ресурсів. НМ добре адаптовані до складних завдань та даних, особливо якщо є доступ до великої кількості високоякісних тренувальних даних. ТМІ можуть бути більш ефективними і економічними для простіших завдань та ситуацій з обмеженою кількістю тренувальних даних. Вибір між НМ і ТМІ повинен базуватися на конкретних потребах та обставинах задачі. В проведених експериментальних дослідженнях ГП та НМ показали найвищу точність, враховуючи оптимізовані значення гіперпараметрів, які грають важливу роль у досягненні високої точності для більшості методів. ГП показали найвищу точність серед усіх методів, з результатом 0.94. НМ показала дуже хорошу точність на тестових даних, досягнувши 0.92. Врахування гіперпараметрів є ключовим для досягнення високої точності.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Montanari, Y., & Zhong, Y. (2022). The interpolation phase transition in neural networks: Memorization and generalization under lazy training. *Annals of Statistics*, 50(5), 2816-2847. <https://doi.org/10.1214/22-AOS2211>
2. Y. Zhang, P. Tiño, A. Leonardis and K. Tang, A Survey on Neural Network Interpretability. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence* vol. 5, no. 5, pp. 726-742, Oct. 2021, <https://doi.org/10.1109/TETCI.2021.3100641>
3. B. Ghorbani, T. Misiakiewicz (2021). When do neural networks outperform kernel methods? *J. Stat. Mech. Theory Exp.* 12 Paper No. 124009, 110 pp. <https://doi.org/10.1088/1742-5468/ac3a81>
4. E, W., MA, C. and WU, L. (2020). A comparative analysis of optimization and generalization properties of two-layer neural network and random feature models under gradient descent dynamics. *Sci. China Math.* 63 1235-1258. <https://doi.org/10.1007/s11425-019-1628-5>
5. Hastie, T., Montanari, A., Rosset, S., & Tibshirani, R. J. (2022). Surprises in high-dimensional ridgeless least squares interpolation. *Annals of Statistics*, 50, 949-986. <https://doi.org/10.1214/21-aos2133>



6. Liang, T., & Rakhlin, A. (2020). Just interpolate: Kernel “Ridgeless” regression can generalize. *Annals of Statistics*, 48, 1329-1347. <https://doi.org/10.1214/19-AOS1849>
7. Mei, S., Misiakiewicz, T., & Montanari, A. (2022). Generalization error of random feature and kernel methods: Hypercontractivity and kernel matrix concentration. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 59, 3-84. <https://doi.org/10.1016/j.acha.2021.12.003>
8. Soltanolkotabi, M., Javanmard, A., & Lee, J. D. (2019). Theoretical insights into the optimization landscape of over-parameterized shallow neural networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 65, 742-769. <https://doi.org/10.1109/TIT.2018.2854560>
9. Vershynin, R. (2018). *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science*. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics (No. 47). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108231596>
10. Zou, D., Cao, Y., Zhou, D., & Gu, Q. (2020). Gradient descent optimizes over-parameterized deep ReLU networks. *Machine Learning*, 109, 467-492. <https://doi.org/10.1007/s10994-019-05839-6>

**Anton Shantyr**

PhD, Associate Professor,  
Associate Professor at the Department of Computer Science  
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine  
ORCID: 0000-0002-0466-3659  
*anton.shantyr@gmail.com*

**Olha Zinchenko**

Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Professor at the Department of Computer Science  
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine  
ORCID: 0000-0002-3973-7814  
*olga.zinchenko@nubip.edu.ua*

**Nataliia Lashchevska**

PhD, Associate Professor,  
Associate Professor at the Department of Computer Science  
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine  
ORCID: 0000-0003-2148-115X  
*lastchevska@nubip.edu.ua*

**Kamila Storchak**

Doctor of Technical Science, Professor,  
Head of the Department of Information Systems and Technologies  
State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine  
ORCID: 0000-0001-9295-4685  
*k.storchak@duikt.edu.ua*

**EVALUATION OF THE EFFICIENCY OF NEURAL NETWORKS AGAINST CONVENTIONAL INTERPOLATION TECHNIQUES**

**Abstract.** The specificity of neural network evaluation compared to traditional interpolation methods has been investigated. The research focuses on neural networks and traditional interpolation methods, covering a wide range of applications in various areas, including data processing, function approximation, and solving interpolation tasks with real and synthetic data. The problem addressed was a detailed analysis of the mathematical apparatus for both approaches. During the study, aspects of the mathematical apparatus related to the evaluation of neural networks compared to traditional interpolation methods were considered. A comparative analysis of neural network evaluation and nine interpolation methods was conducted. A common challenge for the comparative evaluation was identified, which lies in the absence of a unified and standardized methodology for comparing the effectiveness of neural networks with traditional interpolation methods, considering the diversity of conditions and requirements in different application areas. It was also found that neural networks and traditional interpolation methods have their unique mathematical characteristics and evaluation methods. The mathematical models discussed serve to reproduce or approximate functions based on a priori information and known points. Within the experimental investigation, Gaussian Processes and neural networks showed the highest accuracy, considering hyperparameters. The choice of a specific method depends on the specific requirements of the task and data characteristics. Gaussian Processes demonstrated the highest accuracy (0.94) among all methods. This method is often used for modeling stochastic processes. The neural network showed very good accuracy on test data, reaching 0.92. The obtained results provide important information for choosing the optimal application of neural networks or interpolation methods

**Keywords:** neural networks, traditional interpolation methods, efficiency evaluation, gaussian processes



## REFERENCES

1. Montanari, Y., & Zhong, Y. (2022). The interpolation phase transition in neural networks: Memorization and generalization under lazy training. *Annals of Statistics*, 50(5), 2816-2847. <https://doi.org/10.1214/22-AOS2211>
2. Y. Zhang, P. Tiño, A. Leonardi and K. Tang, A Survey on Neural Network Interpretability. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence* vol. 5, no. 5, pp. 726-742, Oct. 2021, <https://doi.org/10.1109/TETCI.2021.3100641>
3. B. Ghorbani, T. Misiakiewicz (2021). When do neural networks outperform kernel methods? *J. Stat. Mech. Theory Exp.* 12 Paper No. 124009, 110 pp. <https://doi.org/10.1088/1742-5468/ac3a81>
4. E, W., MA, C. and WU, L. (2020). A comparative analysis of optimization and generalization properties of two-layer neural network and random feature models under gradient descent dynamics. *Sci. China Math.* 63 1235-1258. <https://doi.org/10.1007/s11425-019-1628-5>
5. Hastie, T., Montanari, A., Rosset, S., & Tibshirani, R. J. (2022). Surprises in high-dimensional ridgeless least squares interpolation. *Annals of Statistics*, 50, 949-986. <https://doi.org/10.1214/21-aos2133>
6. Liang, T., & Rakhlin, A. (2020). Just interpolate: Kernel “Ridgeless” regression can generalize. *Annals of Statistics*, 48, 1329-1347. <https://doi.org/10.1214/19-AOS1849>
7. Mei, S., Misiakiewicz, T., & Montanari, A. (2022). Generalization error of random feature and kernel methods: Hypercontractivity and kernel matrix concentration. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 59, 3-84. <https://doi.org/10.1016/j.acha.2021.12.003>
8. Soltanolkotabi, M., Javanmard, A., & Lee, J. D. (2019). Theoretical insights into the optimization landscape of over-parameterized shallow neural networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 65, 742-769. <https://doi.org/10.1109/TIT.2018.2854560>
9. Vershynin, R. (2018). *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science*. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics (No. 47). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108231596>
10. Zou, D., Cao, Y., Zhou, D., & Gu, Q. (2020). Gradient descent optimizes over-parameterized deep ReLU networks. *Machine Learning*, 109, 467-492. <https://doi.org/10.1007/s10994-019-05839-6>

Отримано редакцією журналу / Received: 09.06.26

Прорецензовано / Revised: 20.06.26

Схвалено до друку / Accepted: 26.10.26



This work is licensed under Creative Commons Attribution-noncommercial-sharealike 4.0 International License.