



DOI 10.28925/2663-4023.2024.24.2839

УДК 336.71:004.056

**Циганівська Ірина Миколаївна**

к.ф.-м.н., доцент кафедри алгебри і комп'ютерної математики  
Механіко-математичний факультет  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна  
ORCID ID: 0000-0001-7632-3410  
[iratsy80@gmail.com](mailto:iratsy80@gmail.com)

**Собчук Андрій Валентинович**

доктор філософії, доцент кафедри інформаційної та кібернетичної безпеки  
Навчально-науковий інститут Захисту інформації  
Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна  
ORCID ID: 0000-0003-3250-3799  
[anri.sobchuk@gmail.com](mailto:anri.sobchuk@gmail.com)

**Глухов Сергій Іванович**

д.т.н., професор, завідувач кафедри військово-технічної підготовки  
Факультет післядипломної освіти Військового інституту  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна  
ORCID ID: 0000-0002-4918-3739  
[gluhov1971@ukr.net](mailto:gluhov1971@ukr.net)

**Пархоменко Іван Іванович**

к.т.н., доцент кафедри кібербезпеки та захисту інформації  
Факультет інформаційних технологій  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна  
ORCID ID: 0000-0001-6889-9284  
[parkh08@ukr.net](mailto:parkh08@ukr.net)

**Пономаренко Віталій Валерійович**

аспірант навчально-наукового інституту захисту інформації  
Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій,  
Київ, Україна  
ORCID ID: 0000-0002-6567-4247  
[Ur\\_suviator@ukr.net](mailto:Ur_suviator@ukr.net)

## МЕТОД ПОБУДОВИ ЗАКОНУ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ БЕЗПЕКОЮ ПЕРСОНАЛЬНИХ ДАНИХ НА ОБ'ЄКТАХ КРИТИЧНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ В УМОВАХ ДІЇ ЗОВНІШНІХ НЕКОНТРОЛЬОВАНИХ ВПЛИВІВ

**Анотація.** Інтенсивний розвиток інформаційних технологій з високим ступенем автономності потребує розвитку систем автономного оптимального управління. Особливо гостро ця проблематика стосується об'єктів критичної інфраструктури, які вразливі до впливу екстремальних зовнішніх факторів. Пропонується концепція підходу до процесу управління, як управління в системі з неповною апріорною інформацією про процес. Процес управління, який змінюється в міру накопичення інформації та використовується з метою покращення роботи усієї системи безпеки загалом. Використовується ідентифікаційний підхід до синтезу непрямого адаптивного управління, який полягає в уточненні моделі об'єкта безпосередньо в процесі управління. На основі уточненої моделі формується сигнал управління безпекою об'єкта. Модель об'єкта потребує уточнення, оскільки система постійно зазнає дії зовнішніх неконтрольованих впливів. Відмінність запропонованого методу від існуючих, полягає у тому, що даний метод побудови робастної системи управління дозволяє компенсувати невідомі збурення з визначеною точністю за потрібний час. При цьому, шляхом відповідного вибору параметрів у замкнутій системі, величини помилок та час реакції можна зробити достатньо малими. Проведено моделювання



спрацювання системи управління безпекою, результати якого довели, що якість перехідних процесів не залежить від збурень, які впливають як на характер поведінки розв'язку диференціального рівняння, що описує об'єкт критичної інфраструктури, так і на його структуру. Перехідні процеси, насамперед, залежать від початкових умов моделі об'єкта та параметрів системи управління. А це означає, що якщо в процесі проектування системи безпеки задання початкових умов і належне відслідковування змін (в т.ч. неконтрольованих) параметрів функціонування системи, забезпечує стійку та надійну роботу об'єкта в часі.

**Ключові слова:** модель об'єкта; персональні дані; система управління; безпека; критична інфраструктура; захист інформації.

## ВСТУП

Сучасне суспільство характеризує інтенсивний розвиток інформаційних технологій з високим ступенем автономності. Особливо гостро ця проблематика стосується об'єктів критичної інфраструктури, які функціонують в умовах впливу екстремальних факторів та впливів. Одним з факторів забезпечення безпеки об'єктів критичної інфраструктури є оптимальне управління об'єктом. Проте процес управління слід розглядати, як управління у системі з неповною апріорною інформацією про процес, яким власне здійснюється це управління. Більше того, керованість змінюється по мірі накопичення інформації та використовується з метою покращення роботи усієї системи безпеки загалом. Використовуючи ідентифікаційний підхід до синтезу адаптивного управління (непряме адаптивне управління), який ґрунтується на уточненні моделі об'єкта в міру реалізації процесу управління та у виробленні управлінських впливів на основі отриманої моделі. Постановка задачі управління про забезпечення стійкості замкнутої системи, не дозволяє безпосередньо використовувати дескриптивні моделі та вимагає розробки спеціальних методів оцінювання параметрів (вибору моделі). З іншого боку, така задача управління залишає широку свободу вибору алгоритму ідентифікації. Цією обставиною власне пояснюється існуюче різноманіття алгоритмів оцінювання, які використовують ту чи іншу апріорну інформацію про об'єкт та ті чи інші функції неузгодженості об'єкта та моделі. При цьому порівняння якості роботи різних законів адаптивного управління, синтезованих навіть в умовах однакової апріорної інформації є досить складним завданням.

Природним шляхом посилення мети адаптивного управління є постановка оптимального завдання або завдання забезпечення гарантованого результату для заданого показника якості. Такі завдання ми розглядаємо, як забезпечення адаптивним регулятором такої ж якості управління, що й при управлінні об'єктом з відомими параметрами. Тому моделювання процесу забезпечення безпеки управління об'єктами критичної інфраструктури в умовах дії зовнішніх неконтрольованих впливів є важливою, актуальною науковою задачею.

**Постановка проблеми.** Управління об'єктами з високим ступенем автономності потребує новинних розробок систем автономного оптимального управління. Особливо гостро ця проблематика стосується об'єктів критичної інфраструктури, які завдають впливу екстремальних зовнішніх факторів та впливів. Відтак розробка методу побудови закону управління безпекою об'єктів критичної інфраструктури в умовах дії зовнішніх неконтрольованих впливів є актуальним науковим завданням.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Розвиток сучасного суспільства вимагає інтенсивного розвитку інформаційних технологій з високим ступенем автономності. Особливо це стосується управління об'єктами критичної інфраструктури, які



функціонують в умовах впливу екстремальних факторів. Загальний метод вирішення таких завдань для стаціонарних лінійних об'єктів та асимптотичних показників якості було запропоновано в [1]. Основна ідея методу використовує концепцію множинного оцінювання параметрів [2] полягає у виборі в кожний момент часу тієї оцінки, яка мінімізує оптимальне (або гарантоване) значення показника якості як функції параметрів об'єкта, на множині параметрів, узгоджених зі спостереженнями та з апріорною інформацією про систему.

У роботі [3] ця ідея використана в задачі синтезу адаптивного робастного управління з заданим гарантованим результатом. Під робастним розуміється управління в умовах адитивних та мультиплікативних обмежених збурень. У багатьох роботах досліджуються алгоритми оцінювання, які дозволяють розв'язувати завдання синтезу адаптивних робастних регуляторів з гарантованими в «сильному» сенсі результатами і демонструється вплив заданого показника якості та апріорної інформації про систему на вибір алгоритму оцінювання.

У класі задач адаптивного й робастного управління існує багато методів та підходів до їхніх розв'язування. Переважно, вони базуються на припущенні про те, що нам точно відомо інформацію про структуру об'єкта управління критичною інфраструктурою [4], [5], [16]. При цьому невідомими є лише параметрично задані зовнішні впливи, що діють на об'єкт дослідження. Зауважимо, що станом на тепер, робіт, присвячених вивченню проблематики управління об'єктами критичної інфраструктури з невідомими порядками, досить мало. Причому, в роботах [6], [7] – [9] розглядаються задачі управління лінійними стаціонарними об'єктами з невідомими, але постійними порядками числельника і знаменника передаточної функції, які описують математичні моделі в найпростіших стаціонарних випадках. Однак, як свідчать роботи [10] – [12], [17], заслуговують уваги дослідження математичних моделей, які описують процеси в системах, де існують збурення, здатні впливати не тільки на зміни параметрів об'єкта, а й на його порядок.

У роботах [13] – [15] досліджується підхід до організації управління об'єктами критичної інфраструктури де мають місце нелінійні нестаціонарні об'єкти з невідомими параметрами, що зазнають дії зовнішніх і параметрично заданих неконтрольованих впливів. Причому дані збурення впливають на порядок об'єкта невідомим способом. Вирішення цієї проблеми ґрунтується на застосуванні робастного алгоритму, який дозволяє компенсувати даний клас невизначеностей із заданою точністю за скінченний час. Власне це є запорукою організації парирования наслідків несанкціонованих впливів на об'єкти критичної інфраструктури, які постійно зазнають загроз несанкціонованого дії зовнішніх і параметрично заданих неконтрольованих впливів.

**Мета статті.** Метою роботи є розробка методу побудови закону управління безпекою об'єктів критичної інфраструктури в умовах дії зовнішніх неконтрольованих впливів. Визначення для об'єкта управління критичною інфраструктурою неперервного закону регулювання, який забезпечує обмеженість всіх сигналів в замкнутій системі і виконання цільової умови забезпечення безпеки об'єкта критичної інфраструктури.



## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

## Математичне визначення наукового завдання

Нехай маємо нестационарний нелінійний об'єкт управління, динамічні процеси в якому описується співвідношенням:

$$\begin{aligned} Q_i(p,t)x(t) &= V(p,t)\sigma(x,t)u(t) + K(p,t)\Phi(x,t)\xi(t) + W(p,t)w(t), \\ p_i x(0) &= x_i, \quad i = [1, n] \end{aligned} \quad (1)$$

де  $x(t)$  — параметр, що регулюється,  $u(t)$  — керуючий вплив,  $w(t)$  — неконтрольоване збурення. Наприклад, в системі керування головним контуром теплообмінника енергоблоку теплової електростанції може бути температура чи тиск, чи розхід пару на виході з енергоблоку;  $u(t)$  — розхід палива, що подається в енергоблок;  $w(t)$  — коливання енергоносія, подається в систему підігріву теплообмінника,  $x(t)$  — концентрація вологи на виході з теплообмінника.

Використовуватимемо далі такі позначення:

$$\begin{aligned} Q(p,t) &= q_n(t)p^n + q_{n-1}(t)p^{n-1} + \dots + q_0(t), \\ V(p,t) &= v_n(t)p^n + v_{n-1}(t)p^{n-1} + \dots + v_0(t), \\ K(p,t) &= k_n(t)p^n + k_{n-1}(t)p^{n-1} + \dots + k_0(t), \\ W(p,t) &= w_n(t)p^n + w_{n-1}(t)p^{n-1} + \dots + w_0(t), \end{aligned} \quad (2)$$

Тут  $Q(p,t)$ ,  $V(p,t)$ ,  $K(p,t)$ ,  $W(p,t)$  — лінійні нестационарні диференціальні оператори з невідомими параметрами,  $\sigma(x,t)$  — скалярна функція,  $\xi(t) \in \mathbb{R}^n$  — вектор-функція,  $\Phi(x,t) \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  — матрична функція. Наприклад,  $\Phi(x,t)$  та  $\sigma(x,t)$  в математичній моделі руху судна визначають нелінійність, що залежить від кута маневреності  $x(t)$ , а  $\xi(t)$  невідомі нестационарні параметри нелінійності  $\Phi(x,t)$ . Крім того, зауважимо, що  $x_i \in \mathbb{R}$  — невідомі початкові умови.

Очевидно, таке рівняння може бути отримане для широкого класу механічних, електромеханічних та інших технічних систем за допомогою спеціальних методів параметризації та перетворення координат або лінеаризації.

Якість перехідних процесів по виходу визначимо еталонною моделлю:

$$Q_m(p)x_m(t) = k_m v(t). \quad (3)$$

Тут  $x_m(t)$  — вихід еталонної моделі,  $v(t)$  — системний вплив, що запізнюється,  $Q_m(p)$  — відомий лінійний нормований диференціальний оператор з постійними коефіцієнтами,  $k_m$  — відомий високочастотний коефіцієнт підсилення [16], [18] – [20].

**Припущення 1.** Вважатиме, що виконуються такі умови:

- A.** Поліноми  $Q(p,t)$ ,  $V(p,t)$ ,  $K(p,t)$ ,  $W(p,t)$ , їх порядок  $\deg Q(p,t) \leq n$ ,  $\deg V(p,t) \leq m$ ,  $\deg K(p,t) \leq n$ ,  $\deg W(p,t) \leq n$  і від'ємний степінь  $\eta = n - m \geq 1$  — невідомі. Коефіцієнти операторів  $Q(p,t)$ ,  $V(p,t)$ ,  $K(p,t)$ ,  $W(p,t)$  — обмежені функції, при чому ненульові коефіцієнти при старших степенях  $Q(p,t)$  та  $V(p,t)$  — додатні функції.
- B.** Коефіцієнти операторів  $Q(p,t)$ ,  $V(p,t)$ ,  $K(p,t)$ ,  $W(p,t)$  та вектор-функція  $\xi(t)$  залежать від вектора невідомих параметрів  $\omega \in \mathcal{M}$ , де  $\mathcal{M}$  — відома обмежена множина.
- C.** Відома  $\eta_u \geq \eta$  — верхня межа відносного степеня  $\eta$ . Порядок оператора  $Q_m(p) - \eta_u$ ,  $k_m > 0$ .



- D.** Оператор  $\mathcal{V}(p, t)$  — стійкий і для довільного фіксованого моменту часу  $t$  поліном  $\mathcal{V}(p, t)$  є гурвіцевим, де  $\lambda$  — комплексна змінна перетворення Лапласа. Поліном  $Q_m(p)$  — гурвіцевий.
- E.** Елементи  $\Phi_i(x, t)$ ,  $i = \overline{1, n}$  матричної функції  $\Phi(x, t)$  невідомі і задовольняють глобальну умову Ліпшиця по  $x(t)$ , обмежені по  $t$  гладкі функції;  $\xi(t)$  — невідомий вектор, компонентами якого є гладкі обмежені функції. Нелінійність  $\sigma(x, t)$  відома, і  $\sigma(x, t) > 0$  для будь-яких  $x(t) \in \mathbb{R}$  і  $t$ .
- F.** Системний вплив  $v(t)$  та збурення  $w(t)$  — обмежені функції.
- G.** В системі, що рівняння недоступні для замірів похідних сигналів  $x(t)$ ,  $u(t)$ , та  $v(t)$ .

З припущення 1 слідує, що динамічний порядок об'єкта (1) невідомий. При цьому об'єкт може змінюватись в результаті впливу на нього параметричних збурень. Наприклад, якщо  $q_n(t) = 0$  і  $q_{n-1}(t) \neq 0$ , то  $\deg Q(p, t) = n - 1$ , якщо  $q_n(t) = q_{n-1}(t) = 0$  і  $q_{n-2}(t) \neq 0$ , то  $\deg Q(p, t) = n - 2$  і т. д. Аналогічно для оператора  $\mathcal{V}(p, t)$ : якщо  $v_m(t) = 0$  і  $v_{m-1}(t) \neq 0$ , то  $\deg \mathcal{V}(p, t) = m - 1$ , якщо  $v_m(t) = v_{m-1}(t) = 0$  і  $v_{m-2}(t) \neq 0$ , то  $\deg \mathcal{V}(p, t) = m - 2$  і т. д. Вимога до знання знаків нульових коефіцієнтів при старших степенях операторів  $Q(p, t)$  та  $\mathcal{V}(p, t)$  (умова **A**) і функції  $\sigma(x, t)$  (умова **E**) пов'язана зі знанням знаку високочастотного коефіцієнта підсилення об'єкту (1). Це дозволяє забезпечити від'ємний зворотній зв'язок в системі керування.

Ціль управління — знайти для об'єкту управління критичною інфраструктурою неперервний закон регулювання, який забезпечує обмеженість всіх сигналів в замкнутій системі і виконання цільової умови:

$$|\varepsilon(t)| = |x(t) - x_m(t)| < \delta, \quad (4)$$

за скінченний час  $T$  для всіх  $\omega \in \mathcal{M}$ , де  $\delta > 0$  достатньо мале число.

### Метод визначення неперервного закону регулювання

Розкладемо оператори  $\mathcal{V}(p, t)$  та  $Q(p, t)$  складові:

$$\begin{aligned} Q(p, t) &= Q_0(p) + \Delta Q(p, t), \\ V(p, t) &= V_0(p) + \Delta V(p, t). \end{aligned} \quad (5)$$

Тут  $\Delta \mathcal{V}(p, t) = c_{01}^T(t)[1, p, \dots, p^{\bar{n}-2}]^T$ ,  $c_{01}(t)$  — вектор, заданий коефіцієнтами оператора  $\mathcal{V}(p, t) - V_0(p)$  і такий, що завжди виконується друге співвідношення у (4),  $V_0(p)$  — довільний стаціонарний лінійний диференціальний оператор степеня  $\bar{n} - \eta_u$  і поліном  $\mathcal{V}_0(\lambda)$  — гурвіцевий,  $\bar{n}$  — верхня межа порядку оператора  $Q(p, t)$ . Зауважимо, що значення  $\bar{n}$  необхідне лише обґрунтування структури замкнутої системи керування, а не для її реалізації. Відносно структури  $\Delta \mathcal{V}(p, t)$  можна сказати, що:

- якщо  $m < \bar{n} - \eta_u$ , то  $\deg \Delta \mathcal{V}(p, t) = \bar{n} - \eta_u$ ;
- якщо  $m = \bar{n} - \eta_u$ , то  $\deg \Delta \mathcal{V}(p, t) \leq \bar{n} - \eta_u$ ;
- якщо  $m > \bar{n} - \eta_u$ , то  $\deg \Delta \mathcal{V}(p, t) = m$ ,

тобто завжди існує вектор  $c_{01}$ , який забезпечує справедливність розкладу оператора  $\mathcal{V}(p, t)$ . В одному випадку він має всі ненульові компоненти, в іншому відповідне число нульових складових. Далі  $Q_0(p)$  — довільний лінійний стаціонарний диференціальний оператор такий, що поліном  $Q_0(\lambda)$  — гурвіцевий і  $\deg Q_0(p) = \bar{n}$ . Тоді оператор  $\Delta Q(p, t)$  є різницею  $Q(p, t) - Q_0(p)$ , і  $\deg Q(p, t) \leq \bar{n}$ , тобто:

- якщо  $\deg Q(p, t) < \deg Q_0(p)$ , то  $\deg \Delta Q(p, t) = \deg Q_0(p)$ ;
- якщо  $\deg Q(p, t) = \deg Q_0(p)$ , то  $\deg \Delta Q(p, t) \leq \bar{n} - 1$ .



Саме це представлення дозволяє розв'язати сформульовану задачу, відрізняється від відомих способів параметризації рівняння [1]. В силу довільності операторів  $\mathcal{V}_0(p)$  та  $\mathcal{Q}_0(p)$  виберемо їх у такий спосіб, щоб  $\frac{\mathcal{Q}_0(p)}{\mathcal{V}_0(p)} = \mathcal{Q}_m(p)$ .

Тоді, з урахуванням співвідношень (1), (2) та (4) запишемо помилку відстежування  $\varepsilon(t) = x(t) - x_m(t)$  таким способом:

$$\mathcal{Q}_m(p)\varepsilon(t) = \sigma(x, t)u(t) + \varphi(t), \quad (6)$$

де  $\varphi(t) = \frac{v}{v_0(p)} [\Delta\mathcal{V}(p, t)\sigma(x, t)u(t) - \Delta\mathcal{Q}(p, t)x(t) + \mathcal{K}(p, t)\Phi(x, t)\xi(t) + \mathcal{W}(p, t)w(t) - k_m v(t)]$ .

Для регулювання об'єктом (1) задамо закон керування:

$$u(t) = \frac{h(t)}{\sigma(x, t)}, \quad h(t) = \alpha T(p)\bar{v}(t). \quad (7)$$

Проведемо перетворення у рівнянні помилки (5):

$$\mathcal{Q}_m(p)\varepsilon(t) = T(p)(\alpha v(t) + \varphi_1(t) + \alpha\Delta(t)), \quad \varphi_1 = \frac{\varphi(t)}{T(t)}. \quad (8)$$

Тут  $\alpha > 0$ ,  $T(t)$  — лінійний диференціальний оператор степеня  $\eta_u$ , такий, що поліном  $T(\lambda)$  — гурвіцевий, при чому корені полінома  $T(\lambda)$  є коренями передаточної функції замкнутої системи;  $\bar{v}(t)$  — оцінка сигналу  $v(t)$ ,  $v(t)$  — допоміжний управляючий вплив (формування функцій  $\bar{v}(t)$  і  $v(t)$  детальніше опишемо нижче);  $\bar{\Delta}(t) = \bar{v}(t) - v(t)$  — похибка оцінки сигналу  $v(t)$ .

Введемо додатковий (допоміжний) контур:

$$\mathcal{Q}_m(p)\bar{\varepsilon}(t) = \beta T(p)v(t), \quad \beta > 0. \quad (9)$$

Враховуючи рівняння (7) і (8), запишемо рівняння розузгодження  $\xi(t) = \varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t)$ :

$$\mathcal{Q}_m(p)\xi(t) = T(p)(\alpha\bar{\Delta}(t) + \varphi_1(t)), \quad (10)$$

де

$$\varphi_1(t) = (\alpha - \beta)v(t) + \frac{\varphi(t)}{T(t)} \quad (11)$$

нова функція збурення, яка включає в себе апіорну функціональну і параметричну невизначеність,  $\bar{\Delta}(t) = \bar{v}(t) - v(t)$  — похибка оцінки сигналу  $v(t)$ .

Задамо закон допоміжного управляючого впливу  $v(t)$  у вигляді:

$$v(t) = -\frac{\mathcal{Q}_m(p)\xi(t)}{\beta T(t)} = -\frac{\varphi_1(t)}{\beta}. \quad (12)$$

Розв'язуючи рівняння (10) відносно змінної  $v(t)$ , отримаємо, що  $v(t) = -\frac{\varphi(t)}{\alpha \cdot T(p)}$ .

Підставимо останній результат у співвідношення (7). Тоді рівняння замкнутої системи відносно похибки відслідковування можна записати у вигляді:

$$\mathcal{Q}_m(p)\varepsilon(t) = T(p)\alpha\bar{\Delta}(t). \quad (13)$$

Для оцінки  $\eta_u$  похідних сигналу  $v(t)$  скористаємось підходом, запропонованим у роботі [4]:

$$\dot{v}(t) = G_0 v(t) + D_0(\bar{v}(t) - v(t)), \quad \bar{v}(t) = Lv(t). \quad (14)$$



Тут  $\vartheta(t) \in \mathbb{R}^{\eta_u}$ ,  $D_0 = -[d_1\mu^{-1}, d_2\mu^{-2}, \dots, d_{\eta_u}\mu^{-\eta_u}]^T$ , причому  $d_1, d_2, \dots, d_{\eta_u}$  вибираються з умови гурвіцевості матриці:

$$G = G_0 - DL, \quad G_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta_u-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

$I_{\eta_u-1}$  — одинична матриця порядку  $\eta_u - 1$ ,  $D = [d_1, d_2, \dots, d_{\eta_u}]^T$ ,  $\mu$  — достатньо мала величина,  $L = [1, 0, \dots, 0]$ . Використання фільтру (12) дозволяє оцінити  $\eta_u$  похідних сигналу  $v(t)$  й, тим самим, реалізувати співвідношення (6).

Для оцінки точності спостережень розглянемо додатково вектор відхилень

$$\bar{\tau}(t) = \Gamma^{-1}(\vartheta(t) - \theta(t)),$$

де  $\Gamma = \text{diag} \{\mu^{\eta_u-1}, \mu^{\eta_u-2}, \dots, \mu, 1\}$ ,  $\theta(t) = [v(t), \dot{v}(t), \dots, v^{\eta_u}(t)]$ .

Продиференціювавши  $\bar{\tau}(t)$  по  $t$  з урахуванням (12), отримаємо

$$\dot{\bar{\tau}}(t) = \mu^{-1}G\bar{\tau}(t) + \bar{b}v^{(\eta_u+1)}(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^{\eta_u-1}L\bar{\tau}(t), \quad \bar{b} = [0, \dots, 0, 1]^T.$$

Виконаємо перетворення у рівнянні  $\bar{\Delta}(t) = \mu^{\eta_u-1}L\bar{\tau}(t)$  відносно  $\bar{\Delta}(t)$ . Тоді

$$\dot{\tau}(t) = G\tau(t) + b\dot{v}(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^{\eta_u-1}L\tau(t). \quad (16)$$

Тут  $\tau_i(t) = \bar{\tau}_i(t) - \mu^{1+i-\eta_u}v^{(i-1)}(t)$ ,  $i = \overline{2, \eta_u}$ ,  $\tau_1(t) = \bar{\tau}_1(t)$ ,  $b = [\mu^{2-\eta_u}, 0, \dots, 0]^T$ . Останні два рівняння еквівалентні відносно змінних  $\tau_1(t) = \bar{\tau}_1(t)$  оскільки вони є різними векторно-матричними формами запису одного рівняння:

$$(p^{\eta_u} + d_1\mu^{-1}p^{\eta_u-1} + \dots + d_{\eta_u}\mu^{-\eta_u})\bar{\tau}_1(t) = p^{\eta_u}v(t).$$

Враховуючи рівняння (12) і (13), рівняння похибки відслідковування (11) набере вигляду:

$$\dot{\zeta}(t) = A_m\zeta(t) + \alpha \mu^{\eta_u-1}\bar{b}g\Delta(t), \quad \varepsilon(t) = L\zeta(t). \quad (17)$$

де  $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^{\eta_u}$ ,  $A_m \in \mathbb{R}^{\eta_u \times \eta_u}$  — матриця в формі Фробеніуса з характеристичним многочленом  $\mathcal{Q}_m(\lambda)$ ,  $\Delta(t) = [\eta_1(t), \dot{\eta}_1(t), \dots, \eta_1^{\eta_u}(t)]$ ,  $g$  — вектор, складений з коефіцієнтів полінома  $T(\lambda)$ .

Таким чином, збурення, які впливають на структуру об'єкту, суттєво не впливають на результати перехідних процесів. Результати, насамперед, залежать від початкових умов самого об'єкта, значень  $\mu$  у співвідношенні (12)  $\alpha$  та  $\beta$  у формулах (6), (8) та (10) і матриці  $D$  у співвідношенні (12).

## ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Для об'єктів критичної інфраструктури запропоновано метод побудови закону управління безпекою об'єктів критичної інфраструктури в умовах дії зовнішніх неконтрольованих впливів. А саме метод побудови робастної системи управління, що дозволяє компенсувати неконтрольовані зовнішні впливи і параметричну невизначеність.

Відмінність запропонованого методу полягає у тому, що робастна система управління дозволяє компенсувати невідомі збурення з визначеною точністю за потрібний час. При цьому, шляхом відповідного вибору параметрів замкнутої системи, величини помилок та часу можливо зробити достатньо малими.

Результати моделювання довели, що якість перехідних процесів не залежить від збурень, які впливають як на характер поведінки розв'язку рівняння, що описує об'єкт критичної інфраструктури, так і на його структуру. Перехідні процеси, насамперед, залежать від початкових умов моделі об'єкта та параметрів системи управління. А це



означає, що якщо в процесі проектування системи безпеки правильно задати початкові умови і належним чином слідкувати за змінами (в т.ч. неконтрольованими) параметрів функціонування системи, можливо забезпечити стійку та безпечну роботу об'єкта в часі.

Перспективи подальших досліджень полягають у удосконаленні законів управління окремих модулів системи безпеки об'єктів критичної інфраструктури.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Atassi, A. N., & Khalil, H. K. (1999). A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems. *IEEE Trans. Automat. Control*, 44(9), 1672–1687.
2. Tao, G., & Ioannou, P. A. (1993). Model reference adaptive control for plants with unknown relative degree. *IEEE Trans. Automat. Control*, 38(6), 976–982.
3. Hoagg, J. B., & Dornstein, D. S. (2007). Direct adaptive command following and disturbance rejection for minimum phase systems with unknown relative degree. *Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, 21(1), 49–75.
4. Laptiev, O., Savchenko, V., Pravdyvyi, A., Ablazov, I., Lisnevskyi, R., Kolos, O., & Hudyma, V. (2021). Method of Detecting Radio Signals using Means of Covert by Obtaining Information on the basis of Random Signals Model. *International Journal of Communication Networks and Information Security (IJCNIS)*, 13(1), 48–54.
5. Barabash, O., Laptiev, O., Sobchuk, V., Salanda, I., Melnychuk, Y., & Lishchyna, V. (2021). Comprehensive Methods of Evaluation of Distance Learning System Functioning. *International Journal of Computer Network and Information Security (IJCNIS)*, 13(3), 62–71. <https://doi.org/10.5815/ijcnis.2021.03.06>
6. Pichkur, V., & Sobchuk, V. (2021). Mathematical models and control design of a functionally stable technological process. *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications (JODEA)*, 29(1), 1–11. <https://doi.org/10.15421/141905>
7. Asrorov, F., Sobchuk, V., & Kurylko O. (2019). Finding of bounded solutions to linear impulsive systems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6(4(102)), 14–20. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.178635>
8. Sobchuk, V., Olimpiyeva, Y., Musienko, A., & Sobchuk, A. (2021). Ensuring the properties of functional stability of manufacturing processes based on the application of neural networks. *CEUR Workshop Proceedings*, 2845, 106–116.
9. Laptiev, O., Tkachev, V., Maystrov, O., Krasikov, O., Open'ko, P., Khoroshko, V., & Parkhuts, L. (2021). The method of spectral analysis of the determination of random digital signals. *International Journal of Communication Networks and Information Security (IJCNIS)*, 13(2), 271–277. <https://doi.org/10.54039/ijcnis.v13i2.5008>
10. Kapustian, O.A., Kapustyan, O.V., Ryzhov, A., & Sobchuk, V. (2022). Approximate Optimal Control for a Parabolic System with Perturbations in the Coefficients on the Half-Axis. *Axioms*, 11, 175. <https://doi.org/10.3390/axioms11040175>
11. Sobchuk, V., Asrorov, F., Perehuda, O., Sukretna, A., Laptiev, O., & Lukova-Chuiko, N. (2021). The Limited Solutions Method for Telecommunications Network Information Security Models. *IEEE 3<sup>rd</sup> International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)*, 126–131.
12. Asrorov, F., Perehuda, O., Sobchuk, V., & Sukretna, A. (2021). Behavioral Properties of Bounded Solutions for a Weakly Nonlinear Impulse System that Describe the Dissemination of Information on Social Networks. *ISIT 2021: II International Scientific and Practical Conference "Intellectual Systems and Information Technologies"*, 3126.
13. Laptiev, O., Lukova-Chuiko, N., Laptiev, S., Laptieva, T., Savchenko, V., & Yevseiev, S. (2021). Development of a method for detecting deviations in the nature of traffic from the elements of the communication network. *International Scientific and Practical Conference "Information Security and Information Technologies": Conference Proceedings*, 1–9.
14. Lukova-Chuiko, N., Herasyenko, O., Toliupa, S., Laptieva, T., & Laptiev, O. (2021). The method detection of radio signals by estimating the parameters signals of eversible Gaussian propagation. *IEEE 3<sup>rd</sup> International Conference on Advanced Trends in Information Theory, ATIT 2021 - Proceedings*, 67–70.





15. Savchenko, V., Akhramovych, V., Dzyuba, T., Lukova-Chuiko, N., & Laptiev, A T. (2021). Methodology for calculating information protection from parameters of its distribution in social networks. *IEEE 3<sup>rd</sup> International Conference on Advanced Trends in Information Theory, ATIT 2021 - Proceedings*, 99–105.
16. Sobchuk, A., Haidur, H., Laptiev, S., Laptieva, T., Asrorov, F., & Perehuda, O. (2022). Modified Fourier transform for improving spectral analysis of radio signals. "Modern information, measurement and control systems: problems, applications and perspectives"2022" (MIMCS'2022).
17. Yevseiev, S., Trakaliuk, O., Kuzmenko, M., Laptieva T., Laptiev, S., & Polovinkin, I. (2022). An Improved Method of Detection and Localization of Signals the Digital Range. *IEEE 4<sup>th</sup> International Conference on Advanced Trends in nformation Theory (ATIT)*, 129–132. <https://doi.org/10.1109/ATIT58178.2022.10024242>
18. Lukova-Chuiko H., Laptev O., Barabash O., Musienko A., & Akhramovich B. (2022). The method of calculation of personal data protection on the basis of a set of specific parameters of social networks. *Collection of Scientific Works of the Military Institute of Kyiv National Taras Shevchenko University*, (76), 54–68. <https://doi.org/10.17721/2519-481X/2022/76-05>
19. Kyrychok, R., Laptiev, O., Lisnevsky, R., Kozlovsky, V., & Klobukov, V. (2022). Development of a method for checking vulnerabilities of a corporate network using bernstein transformations. *Eastern-European journal of enterprise technologies*, 1(9)(115), 93–101. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.253530>
20. Barabash, O., Sobchuk, V., Musienko, A., Laptiev, O., Bohomia, V., & Kopytko, S. (2023). System Analysis and Method of Ensuring Functional Sustainability of the Information System of a Critical Infrastructure Object. *System Analysis and Artificial Intelligence*, 1107, 177–192. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-37450-0\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-031-37450-0_11)

**Iryna Tsyganivska**

PhD, Associate Professor Department of Algebra and Computer Mathematics  
Faculty of Mechanics and Mathematics  
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine  
ORCID ID: 0000-0001-7632-3410  
[iratsy80@gmail.com](mailto:iratsy80@gmail.com)

**Andrii Sobchuk**

PhD, Associate Professor of the Department of Information and Cyber Security  
Educational and Scientific Institute of Information Protection  
State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine  
ORCID ID: 0000-0003-3250-3799  
[anri.sobchuk@gmail.com](mailto:anri.sobchuk@gmail.com)

**Sergey Gluhov**

Doctor of Science, Professor, head of the Department of  
Military and Technical Training  
Faculty of Postgraduate Education of the Military Institute  
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine  
ORCID ID: 0000-0002-4918-3739  
[gluhov1971@ukr.net](mailto:gluhov1971@ukr.net)

**Ivan Parkhomenko**

PhD, Associate Professor at the Department, Department of  
Cybersecurity and Information Protection  
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine  
ORCID ID: 0000-0001-6889-9284  
[parkh08@ukr.net](mailto:parkh08@ukr.net)

**Vitaly Ponomarenko**

PhD student of the Educational and Scientific Institute of Information Protection  
State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine  
ORCID ID: 0000-0002-6567-4247  
[Ur\\_suviator@ukr.net](mailto:Ur_suviator@ukr.net)

## THE METHOD OF CONSTRUCTING THE PERSONAL DATA SECURITY MANAGEMENT SYSTEM LAW AT CRITICAL INFRASTRUCTURE OBJECTS IN THE CONDITIONS OF EXTERNAL UNCONTROLLED INFLUENCES

**Abstract.** The intensive development of information technologies with a high degree of autonomy requires the development of autonomous management systems for optimal management. This issue is especially acute for critical infrastructure objects that have been proven to be affected by extreme external factors and impacts. It is proposed to consider the management process as management in a system with incomplete a priori information about the managed process. The process of managing which changes as information accumulates and is used to improve the operation of the entire security system in general. An identification approach to the synthesis of indirect adaptive control is used, which consists in specifying the model of the object during the control process. On the basis of the refined model, a safety control signal of the object is produced. The model of the object needs clarification because the system is constantly affected by external uncontrolled influences. The difference between the proposed method and the existing ones is that it offers a method of building a robust control system that allows to compensate for unknown disturbances with a certain accuracy in the required time. At the same time, by selecting the parameters of the closed system, it is possible to make the error and time values sufficiently small. A simulation of the operation of the security management system was carried out, the results of which proved that the quality of transient processes does not depend on disturbances that affect both the nature of the behavior of the solution of the differential equation describing the critical infrastructure object and its structure. Transient processes, first of all, depend on the initial conditions of the object model and parameters of the control system. And this means that if in the process of designing the security system, the initial



conditions are correctly set and the changes (including uncontrolled) of the parameters of the system's functioning are properly monitored, it is possible to ensure the stable and safe operation of the facility over time.

**Keywords:** object model; management system; security; critical infrastructure; identification approach.

## REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Atassi, A. N., & Khalil, H. K. (1999). A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems. *IEEE Trans. Automat. Control*, 44(9), 1672–1687.
2. Tao, G., & Ioannou, P. A. (1993). Model reference adaptive control for plants with unknown relative degree. *IEEE Trans. Automat. Control*, 38(6), 976–982.
3. Hoagg, J. B., & Dernstein, D. S. (2007). Direct adaptive command following and disturbance rejection for minimum phase systems with unknown relative degree. *Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, 21(1), 49–75.
4. Laptiev, O., Savchenko, V., Pravdyvyi, A., Ablazov, I., Lisnevskiy, R., Kolos, O., & Hudyma, V. (2021). Method of Detecting Radio Signals using Means of Covert by Obtaining Information on the basis of Random Signals Model. *International Journal of Communication Networks and Information Security (IJCNIS)*, 13(1), 48–54.
5. Barabash, O., Laptiev, O., Sobchuk, V., Salanda, I., Melnychuk, Y., & Lishchyna, V. (2021). Comprehensive Methods of Evaluation of Distance Learning System Functioning. *International Journal of Computer Network and Information Security (IJCNIS)*, 13(3), 62–71. <https://doi.org/10.5815/ijcnis.2021.03.06>
6. Pichkur, V., & Sobchuk, V. (2021). Mathematical models and control design of a functionally stable technological process. *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications (JODEA)*, 29(1), 1–11. <https://doi.org/10.15421/141905>
7. Asrorov, F., Sobchuk, V., & Kurylko O. (2019). Finding of bounded solutions to linear impulsive systems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6(4(102)), 14–20. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.178635>
8. Sobchuk, V., Olimpiyeva, Y., Musienko, A., & Sobchuk, A. (2021). Ensuring the properties of functional stability of manufacturing processes based on the application of neural networks. *CEUR Workshop Proceedings*, 2845, 106–116.
9. Laptiev, O., Tkachev, V., Maystrov, O., Krasikov, O., Open'ko, P., Khoroshko, V., & Parkhuts, L. (2021). The method of spectral analysis of the determination of random digital signals. *International Journal of Communication Networks and Information Security (IJCNIS)*, 13(2), 271–277. <https://doi.org/10.54039/ijcnis.v13i2.5008>.
10. Kapustian, O.A., Kapustyan, O.V., Ryzhov, A., & Sobchuk, V. (2022). Approximate Optimal Control for a Parabolic System with Perturbations in the Coefficients on the Half-Axis. *Axioms*, 11, 175. <https://doi.org/10.3390/axioms11040175>
11. Sobchuk, V., Asrorov, F., Perehuda, O., Sukretna, A., Laptiev, O., & Lukova-Chuiko, N. (2021). The Limited Solutions Method for Telecommunications Network Information Security Models. *IEEE 3<sup>rd</sup> International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)*, 126–131.
12. Asrorov, F., Perehuda, O., Sobchuk, V., & Sukretna, A. (2021). Behavioral Properties of Bounded Solutions for a Weakly Nonlinear Impulse System that Describe the Dissemination of Information on Social Networks. *ISIT 2021: II International Scientific and Practical Conference "Intellectual Systems and Information Technologies"*, 3126.
13. Laptiev, O., Lukova-Chuiko, N., Laptiev, S., Laptieva, T., Savchenko, V., & Yevseiev, S. (2021). Development of a method for detecting deviations in the nature of traffic from the elements of the communication network. *International Scientific and Practical Conference "Information Security and Information Technologies": Conference Proceedings*, 1–9.
14. Lukova-Chuiko, N., Herasymenko, O., Toliupa, S., Laptieva, T., & Laptiev, O. (2021). The method detection of radio signals by estimating the parameters signals of eversible Gaussian propagation. *IEEE 3<sup>rd</sup> International Conference on Advanced Trends in Information Theory, ATIT 2021 - Proceedings*, 67–70.
15. Savchenko, V., Akhramovych, V., Dzyuba, T., Lukova-Chuiko, N., & Laptiev, A T. (2021). Methodology for calculating information protection from parameters of its distribution in social networks. *IEEE 3<sup>rd</sup> International Conference on Advanced Trends in Information Theory, ATIT 2021 - Proceedings*, 99–105.



16. Sobchuk, A., Haidur, H., Laptiev, S., Laptieva, T., Asrorov, F., & Pehuda, O. (2022). Modified Fourier transform for improving spectral analysis of radio signals. *“Modern information, measurement and control systems: problems, applications and perspectives”2022” (MIMCS’2022)*.
17. Yevseiev, S., Trakaliuk, O., Kuzmenko, M., Laptieva T., Laptiev, S., & Polovinkin, I. (2022). An Improved Method of Detection and Localization of Signals the Digital Range. *IEEE 4<sup>th</sup> International Conference on Advanced Trends in nformation Theory (ATIT)*, 129–132. <https://doi.org/10.1109/ATIT58178.2022.10024242>
18. Lukova-Chuiko H., Laptev O., Barabash O., Musienko A., & Akhramovich B. (2022). The method of calculation of personal data protection on the basis of a set of specific parameters of social networks. *Collection of Scientific Works of the Military Institute of Kyiv National Taras Shevchenko University, (76)*, 54–68. <https://doi.org/10.17721/2519-481X/2022/76-05>
19. Kyrychok, R., Laptiev, O., Lisnevsky, R., Kozlovsky, V., & Klobukov, V. (2022). Development of a method for checking vulnerabilities of a corporate network using bernstein transformations. *Eastern-European journal of enterprise technologies, 1(9)(115)*, 93–101. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.253530>
20. Barabash, O., Sobchuk, V., Musienko, A., Laptiev, O., Bohomia, V., & Kopytko, S. (2023). System Analysis and Method of Ensuring Functional Sustainability of the Information System of a Critical Infrastructure Object. *System Analysis and Artificial Intelligence, 1107*, 177–192. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-37450-0\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-031-37450-0_11)

