



DOI [10.28925/2663-4023.2019.5.3139](https://doi.org/10.28925/2663-4023.2019.5.3139)

УДК 004.94:519.21

Шевченко Світлана Миколаївна

канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри інформаційної та кібернетичної безпеки
місце роботи: Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна
OrcID: 0000-0002-9736-8623

s.shevchenko@kubg.edu.ua

Жданова Юлія Дмитрівна

канд. ф.-м. наук, доцент, доцент кафедри інформаційної та кібернетичної безпеки
місце роботи: Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна
OrcID: 0000-0002-9277-4972

y.zhdanova@kubg.edu.ua

Спасітелєва Світлана Олексіївна

канд. ф.-м. наук, доцент, доцент кафедри інформаційної та кібернетичної безпеки
місце роботи: Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна
OrcID: 0000-0003-4993-6355

s.spasitielieva@kubg.edu.ua

Негоденко Олена Василівна

канд. тех. наук, доцент, доцент кафедри інженерії програмного забезпечення
місце роботи: Державний університет телекомунікацій, м. Київ, Україна
OrcID: 0000-0001-6645-1566

negodenkoav@i.ua

Мазур Наталія Петрівна

кандидат педагогічних наук, доцент доцент кафедри інформаційної та кібернетичної безпеки
Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна
ORCID ID 0000-0001-7671-8287

n.mazur@kubg.edu.ua

Кравчук Катерина Володимирівна

Студентка факультету інформаційних технологій та управління
Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна
OrcID: 0000-0002-3589-8784

kvkravchuk.fitu16@kubg.edu.ua

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В КІБЕРБЕЗПЕЦІ: ФРАКТАЛИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ІНФОРМАЦІЙНІЙ ТА КІБЕРНЕТИЧНІЙ БЕЗПЕЦІ

Анотація. У статті розглядаються питання застосування сучасного математичного апарату в інформаційній та кібернетичній безпеці, а саме фрактального аналізу. Обґрунтовано вибір саме фрактального моделювання для захисту інформації у процесі її цифрової обробки. Спираючись на наукові джерела, проаналізовані основні дефініції дослідження: фрактал, його розмірність та основні властивості, які використовуються у процесі захисту інформації. Представлено основні види фракталів (геометричні, алгебраїчні, статистичні) та описані найбільш відомі з них. Проведено історичний ракурс розвитку фрактальної теорії. Здійснено огляд різних підходів застосування теорії фракталів в інформаційній та кібернетичній безпеці. Серед них виділено: застосування фрактального аналізу в алгоритмах шифрування; розробка методу захисту документів латентними елементами на основі фракталів; моделювання системи безпеки кожного автоматизованого робочого місця мережі за допомогою набору властивостей, які можуть бути представлені у вигляді фракталів. Розглянуті підходи до застосування фрактального аналізу в інформаційній та кібернетичній безпеці можуть бути використані при підготовці фахівців у процесі науково-дослідної роботи або курсової чи дипломної роботи.

Ключові слова: фрактал, властивості фракталів, моделі фракталів, інформаційна та кібернетична безпека, захист інформації.



1. ВСТУП

Постановка проблеми. Сучасний захист інформації виходить за рамки детермінованої системи з визначеними характеристиками. Відбувається це у зв'язку з тим, що система обробки інформації відноситься до самоорганізуючих систем, і, з точки зору синергетики, найменші відхилення середніх показників приводить не тільки до нових властивостей чи якостей, але й до появи нової системи в цілому, до так званого «детермінованого хаосу». Для дослідження таких систем активно застосовують підходи, пов'язані із фрактальною концепцією.

Фрактал (від латинського *frangere* – «ламати» та *fractus* – «дробовий») – структура, яка складається з частин, які, в якомусь сенсі, подібні цілому (Бенуа Мандельброт).

Аналіз основних досліджень і публікацій. Значний вклад в розвиток фрактального аналізу був зроблений як зарубіжними вченими (В. Mandelbrot, М. Bamsley, R. Crownover, R. Dewaney, K. Falconer, M. Schroeder, С. Божокін, В. Паршин, Б. Смирнов та інші), так і вітчизняними (А. Турбін, М. Працьовитий та учні їх наукової школи).

Характерними ознаками фрактальних структур є самоподібність. І це може проявляється не тільки через фізичні форми, а й через фрактальну поведінку. Фрактали дозволяють творити (моделювати) складні природні форми за допомогою простих ітераційних процедур. Тому теорія фракталів на сьогодні є найбільш актуальною та затребуваною у різних галузях суспільства.

Використання фрактальних моделей дозволило підняти ефективність розв'язання задач у різних сферах. Так, за допомогою фрактальних кривих можна змоделювати та описати різноманітні явища:

- на фінансовому ринку (в дослідженнях, прогнозуванні та оцінці ступеня стабільності економічних систем [1];
- в областях радіотехніки, електроніки, штучного інтелекту, цифрової обробки інформації [2], [3], [4], [5];
- в теорії фізики твердого тіла та оптики [6];
- у біологічній та медичній сфері [7], [8];
- в теорії геологічних систем [9];
- у сфері філології [10].

Застосування фракталів у задачах забезпечення захисту інформації розглянуто у працях [11], [12], [15], [16].

Є очевидним, що розвиток суспільства з кожним днем стає залежним від розвитку інформаційно-комунікаційних технологій, від зростаючої ролі інформації у життєвому просторі людства. Тому саме захист цієї інформації є першочерговим завданням у сучасному світі. Для вирішення поставленого завдання необхідно постійно розвивати професійні компетенції фахівців інформаційної та кібернетичної безпеки, що неможливе без удосконалення змісту їх освіти, перенесення сучасного математичного апарату, зокрема фрактального аналізу, у підготовку майбутніх спеціалістів. Все це підтверджує актуальність даного дослідження.

Мета статті. Метою даної статті є узагальнення, аналіз існуючих підходів до використання фрактального аналізу в області захисту інформації та визначення шляхів подальшого використання фрактальних методів у даній сфері.

2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Зародження фрактальної геометрії датується 19 століттям. Мова йде про побудову Георгом Кантором його відомого «пилу» (Рис.1). Вчений, взявши за основу пряму лінію, видаляв з неї центральну третину, після чого процес повторював. В результаті чого був отриманий досить цікавий геометричний об'єкт, який в історії фрактальної геометрії зветься «пилом Кантора».



Рис. 1. Пил Кантора

Накопичення таких об'єктів йшло до 20 століття. Вже в ті часи, відомий математик, якого почесно називають «батьком» фрактальної геометрії, Бенуа Р. Мандельброт, запропонував визначення терміну «фрактал» для опису об'єктів, структури яких повторюються при переході до більш дрібних за масштабом. В його працях, фрактал – це геометрична фігура, яка складається з частин та може бути поділена ще на частини, кожна з яких є зменшена копія цілої. Структури або частини з більшим масштабом з точністю повторюють структури з меншим. Однією з важливих властивостей фракталів є самоподібність. Крім цього, розмірність фрактала є нецілою величиною, а дробовою, тому при дослідженні границь фрактала можна переконатись, що це не пряма лінія. Вчений за такими принципами досліджував протяжність берегової лінії. Зрозуміло, що це є досить не легко, оскільки вона є неоднорідною та непостійною. Крім цього вчений вивчав зони турбулентності, визначивши те, що потоки, утворенні при прискоренні рідини чи газу, з геометричної точки зору, можна вважати фрактальними хвилями.

Фрактали поділяються на геометричні, алгебраїчні та стохастичні.

Саме з геометричних фракталів розпочалася історія їх розвитку. Дуже цікавим та відомим об'єктом є сніжинка Коха (Рис.2), яка будується на основі рівностороннього трикутника. Ще одним прикладом є трикутник Серпинського (Рис. 3). Цього виду фрактали будувати досить легко, використовуючи прості геометричні перетворення.

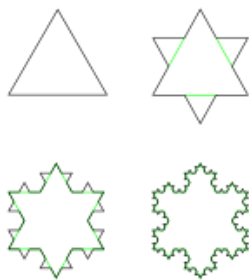


Рис. 2. Сніжинка Коха

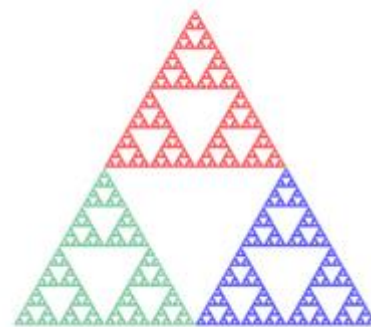


Рис. 3. Трикутник Серпинського

Алгебраїчні фрактали є найбільшою групою фракталів. Вони виникають при дослідженні нелінійних динамічних процесів та систем. Будуються на основі деякої алгебраїчної формули. Прикладом є множина Жюліа (Рис. 4) та множина Мандельброта (Рис. 5).

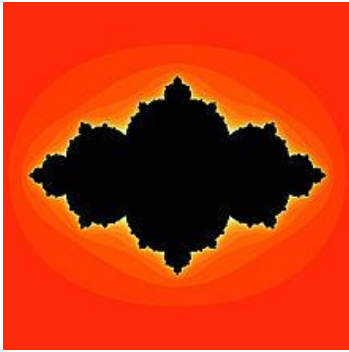


Рис. 4 Множина Жюліа

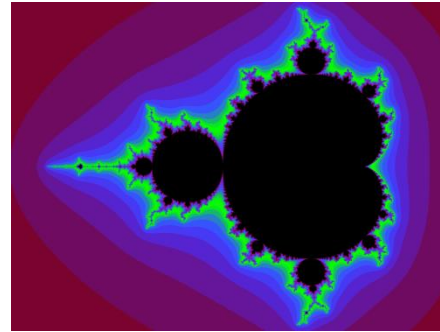


Рис. 5 Множина Мандельброта

Стохастичні фрактали утворюються внаслідок багаторазової зміни параметрів у випадковому процесі. В результаті виникають об'єкти, які дуже схожі на природні і виглядають дійсно реалістично: дерева, берегові лінії, моря, гірські ландшафти тощо.

В залежності від ступеня самоподібності фрактали розділяють на наступні класи:

- самоповторні – не змінюються в залежності від масштабу спостережень (канторова множина, крива Пеано та інші);
- лінійні – будуються за допомогою афінних перетворень (листя папоротника Барнслі);
- самоподібні – містять зменшені копії фігур в цілому, видозмінених за допомогою нелінійних функцій (множина Жюліа);
- квазісамоподібні – містять зменшені та деформовані копії всієї фігури, визначені через рекурсивні процедури (множина Мандельброта, фрактал Ляпунова);
- статистично самоподібні – мають мінімальний рівень самоподібності, але містять статистичну або числову метрику, яка не змінюється в залежності від масштабу (траєкторія броунівського руху, броунівські дерева, фрактальні пейзажі).

Спектр застосування теорії фракталів є надзвичайно широким. Її активно використовують в комп'ютерній графіці для зображення об'єктів природи. Базою для побудови таких фракталів є математична формула в пам'яті комп'ютера. В фізиці цей інструментарій використовують для моделювання нелінійних процесів: хмари, турбулентність, вогонь тощо. В біології, наприклад, для моделювання популяцій.

В останні часи фрактальну геометрію широко використовують в економіці та фінансах, наприклад, для аналізу біржових ринків.

В часи цифрового суспільства, в сфері інформаційної безпеки фрактальну геометрію застосовують для генерації складних об'єктів на дисплеях, стисканні даних, опису соціальних процесів тощо.

Строгий математичний апарат теорії фракталів представлено у роботах [13], [14].



3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

На сучасному етапі у зв'язку з недостатньою надійністю програмних реалізацій криптографічних алгоритмів, наукові кола світу ведуть розробки по створенню та впровадженню альтернативних методологій захисту інформації. Зокрема таких, які ґрунтуються на використанні перспективних напрямів математики, – фрактальне моделювання.

Надалі розглянемо різні підходи застосування теорії фракталів в інформаційній та кібернетичній безпеці, які можуть бути впроваджені у навчальний процес підготовки майбутніх фахівців у даній галузі.

Аналіз наукової роботи [12] дозволив виділити приклади можливого застосування фрактальних відображень для породження довгих неперіодичних послідовностей, які використовуються в теорії шифрування. Як відомо, фрактальні об'єкти, одержані за допомогою нелінійних динамічних функцій, за своєю складністю наближаються до об'єктів природних. Це дозволяє використовувати ці функції як надійних датчиків псевдовипадкових послідовностей будь-якої довжини. Фрактальні функції, маючи вхідні аргументи у вигляді набору символів, можуть відобразити їх на числову послідовність. Здійснити аналіз цієї послідовності практично неможливо. Проте, знаючи вихідну функцію та її початкові параметри, можливо легко відновити початковий набір символів. Розв'язання оберненої задачі не є можливим. У статті представлені різні методи побудови фракталів як уже відомих, так і нових фрактальних конструкцій, зокрема з використанням порогових операцій.

Взагалі, слід відмітити, що теорія фракталів саме найчастіше застосовується в алгоритмах шифрування. Наприклад, для реалізації шифрів підстановки та шифрів заміни; як фактор, що вносить додаткову невизначеність при використанні генератора псевдовипадкових чисел або використаний замість генератора псевдовипадкових чисел; для пониження ймовірності одержання ключа та інші. Найчастіше використовують добре досліджені і вивчені множини Мандельброта та Жюліа [15].

Інший підхід до застосування фрактальної теорії ми бачимо у дослідженні [11].

Пропонується розглядати безпеку кожного автоматизованого робочого місця мережі за допомогою набору властивостей, які можуть бути представлені у вигляді фракталів. Потім, використовуючи їх самоподібність, спроектувати одержані результати на всю систему захисту інформації. Вчені пропонують використовувати фрактали на трьох етапах:

- 1) перший фрактал розкриває можливості нанесення шкоди інформації;
- 2) другий фрактал описує вимоги по захисту інформації;
- 3) третій фрактал представляє можливості захисту інформації у комп'ютерній мережі.

Надалі вводиться топологічне дерево, яке описує зв'язок між окремими автоматизованими робочими місцями персоналу. Кожне місце містить чотири частини: технічне забезпечення, програмне забезпечення, інформаційне забезпечення, організаційно-методичне забезпечення. Таким чином, визначивши параметри одного автоматизованого робочого місця, можна змодельовати систему захисту інформації у



вигляді набору фракталів для корпоративної мережі. Даний підхід описує симетричні системи захисту інформації, де до кожного елементу системи висуваються однакові вимоги.

Наукове дослідження [16] присвячене розробці методу захисту документів латентними елементами на основі фракталів. Вченими представлено спеціальні графічні побудови, на основі яких створено латентні елементи, що підвищують ефективність та надійність захисту. Спосіб захисту полягає у тому, що у векторному форматі утворюють графічні елементи захисної сітки, які копіюють, розмножують та утворюють захисну сітку на основі фракталу за допомогою рекурсивної процедури. Фрактали будуються рекурсивною процедурою, де кожен одиничний графічний елемент постає в ролі генератора, який задає величину захисного елемента. Величина захисного елемента будується мінімально можливою для відтворення в друкованому виді, а потім ініціатором заповнюється площа сітки. Побудова сітки починається з завдання параметрів фракталу. На основі створеного фракталу можна створити велику кількість варіантів фрактальних сіток, змінюючи масштаб, поворот, а також збільшуючи або зменшуючи кількість ітерацій. Фрактальні фонові сітки є складними для відтворення, адже при цьому необхідно використати алгоритм побудови вибраного типу фракталу, шаблон якого відомий тільки розробнику.

4. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Математичні розробки, добра алгоритмізація функцій дозволяє ефективно використовувати теорію фракталів для захисту інформації. На сьогодні існує достатня кількість вже реалізованих алгоритмів фрактального моделювання у вигляді програмного забезпечення. Проте, використання різних моделей фракталів для створення надійних систем захисту інформації потребує подальшого вивчення.

Розглянуті підходи до застосування фрактального аналізу в інформаційній та кібернетичній безпеці можуть бути використані при підготовці фахівців у процесі науково-дослідної роботи або курсової чи дипломної роботи.

Вектор подальших досліджень може бути спрямований на розв'язання проблеми захисту інформації у соціальних мережах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1].Г.І. Тур, О.В. Трунова, "Застосування методу фрактального аналізу для визначення трендових характеристик числових рядів" *Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки*, Вип. 125, с. 252-256, 2015. [Онлайн] Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VchdpuP_2015_125_61 [13 серп. 2019]
- [2].В.В. Онищенко, "Методологія управління інформаційними системами з дробовою та дискретно-неперервною динамікою", дис. докт. тех. наук, Державний університет телекомунікацій, Київ, 2016. [Онлайн] Режим доступу: http://www.dut.edu.ua/uploads/p_86_30169452.pdf [19 серп. 2019]
- [3].А.А. Потапов, "Фракталы, скейлинг и дробные операторы в радиотехнике и электронике: современное состояние и развитие", *Журнал радиоэлектроники*, N 1, 2010. [Онлайн] Режим



доступу: <http://jre.cplire.ru/jre/jan10/4/text.pdf> [4 вер. 2019]

[4]. Д.В. Ландэ, *Основы интеграции информационных потоков*. Киев, Украина: Инжиниринг, 2006.

[5]. А.В. Карпухин, Л.О. Кириченко, Д.И. Грицив, А.А. Ткаченко, "Применение методов нелинейной динамики и фрактального анализа для оценивания работы инфокоммуникационных систем с протоколом TCP", *Электронный журнал Cloud of Science*, том 1, № 2, с. 258 – 271, 2014.

[6]. П.В. Короленко, М.С. Маганова, и А.В. Меснянкин, *Новаційні методи аналізу стохастических процесів і структур в оптиці. Фрактальні і мультифрактальні методи, вейвлет-преобразованія*. Москва, РФ: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, 2004.

[7]. В.В. Исаева, Ю.А. Каретин, А.В. Чернышев, и Д.Ю. Шкуратов, *Фракталы и хаос в биологическом морфогенезе*. Владивосток, РФ: Институт биологии моря ДВО РАН, 2004.

[8]. С.Н. Семенов, Н.П. Сереженко, "Применение методологии теории фракталов в электрофизиологической диагностике неврологических заболеваний", *Вестник новых медицинских технологий*, том 18, № 2, с. 59–63, 2011.

[9]. J.H. Kruhl, *Fractals and Dynamic Systems in Geoscience*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1994.

[10]. Н.В. Мамонова, Н.С. Олизько, "Фракталы как механизм возникновения порядка из хаоса", *Филологические науки. Вопросы теории и практики*, № 5, ч.2, с. 107–111, 2017. [Онлайн] Режим доступа: http://scjournal.ru/articles/issn_1997-2911_2017_5-2_29.pdf [10 вер. 2019]

[11]. А.А. Локтев, А.В. Залетдинов, "Использование фракталов в задачах обеспечения информационной безопасности", *Вестник ТГУ*, т.15, вып.2, с.599 – 604, 2010.

[12]. В.Г. Никонов, А.И. Зобов "О возможности применения фрактальных моделей при построении систем защиты информации", *Computational nanotechnology*, № 1, с.39-49, 2017.

[13]. А.Ф. Турбин, Н.В. Працевитый, *Фрактальные множества, функции, распределения*. Киев, Украина: Наукова думка, 1992.

[14]. М.В. Працьовитий. *Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів*, Київ, Україна: НПУ імені М.П. Драгоманова, 1998.

[15]. Э.Е. Зайцева, В.Г. Скобелев, "Шифр на основе отображения Мандельброта", *Вестник ТГУ*, Приложение, № 23, с.107 – 113, 2007. [Онлайн] Режим доступа: <http://lib.exdat.com/docs/2993/index-264357-27.html> [11 вер. 2019]

[16]. М.А. Назаркевич, І.М. Дронюк, О.А. Троян і Т.Ю. Томашук "Розробка методу захисту документів латентними елементами на основі фракталів" *Захист інформації*, том 17, №1, с. 21-26, 2015 [Онлайн] Режим доступа: <http://jrnl.nau.edu.ua/index.php/ZI/article/view/7505/9882>



Svitlana M. Shevchenko

PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information and Cyber Security
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine
OrcID: 0000-0002-9736-8623
s.shevchenko@kubg.edu.ua

Yulia D. Zhdanova

PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information and Cyber Security
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine
OrcID: 0000-0002-9277-4972
y.zhdanova@kubg.edu.ua

Svitlana O. Spasiteleva

PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information and Cyber Security
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine
OrcID: 0000-0003-4993-6355
s.spasitelieva@kubg.edu.ua

Olena V. Negodenko

PhD, Lecturer of the Department of Software Engineering
State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine
OrcID: 0000-0001-6645-1566
negodenkoav@i.ua

Nataliia P. Mazur

PhD, Associate Professor the Department of Information and cyber security
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine
OrcID 0000-0001-7671-8287
n.mazur@kubg.edu.ua

Kateryna V. Kravchuk

Student of the Faculty of Information Technology and Management
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine
OrcID: 0000-0002-3589-8784
kvkravchuk.fitu16@kubg.edu.ua

**MATHEMATICAL METHODS IN CYBER SECURITY:
FRACTALS AND THEIR APPLICATIONS IN INFORMATION AND CYBER
SECURITY**

Abstract. The article deals with the application of modern mathematical apparatus in information and cyber security namely fractal analysis. The choice of fractal modeling for the protection of information in the process of its digital processing is grounded. Based on scientific sources, the basic definitions of the research are analyzed: fractal, its dimension and basic properties used in the process of information protection. The basic types of fractals (geometric, algebraic, statistical) are presented and the most famous of them are described. The historical perspective of the development of fractal theory is conducted. Different approaches to the application of fractal theory in information and cyber security have been reviewed. Among them are: the use of fractal analysis in encryption algorithms; development of a method of protecting documents with latent elements based on fractals; modeling the security system of each automated workplace network using a set of properties that can be represented as fractals. The considered approaches to the application of fractal analysis in information and cyber security can be used in the preparation of specialists in the process of research work or diploma work.

Keywords: fractal, fractal properties, fractal models, information and cyber security, information security.



REFERENCES

- [1].H.I. Tur, O.V. Trunova, "Zastosuvannya metodu fraktal'noho analizu dlya vyznachennya trendovykh kharakterystyk chyslovykh ryadiv" ["Application of fractal analysis method for determination of trending characteristics of numerical series"], *Bulletin of Chernihiv National Pedagogical University. Series: Pedagogical Sciences*, vol. 125, pp. 252-256, 2015. [Online] Available: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VchdpuP_2015_125_61 [Aug 13 2019] (in Ukrainian).
- [2].V.V. Onyshchenko, "Metodolohiya upravlinnya informatsiynymi systemamy z drobovoyu ta dyskretno-neperervnoyu dynamikoyu" ["Methodology of information systems management with fractional and discrete-continuous dynamics"], diss. doc. of Technical Sciences, State University of Telecommunications, Kyiv, 2016. [Online] Available: http://www.dut.edu.ua/uploads/p_86_30169452.pdf [Aug 19 2019] (in Ukrainian).
- [3].A.A. Potapov, "Fraktaly, skeyling i drobnyye operatory v radiotekhnike i elektronike: sovremennoye sostoyaniye i razvitiye" ["Fractals, scaling, and fractional operators in radio engineering and electronics: current state and development"], *Journal of Radio Electronics*, N 1, 2010. [Online] Available: <http://jre.cplire.ru/jre/jan10/4/text.pdf> [Sept. 4 2019] (in Russian).
- [4].D.V. Lande, *Osnovy integratsii informatsionnykh potokov. [Fundamentals of the integration of information flows]*. Kiev, Ukraine: Engineering, 2006. (in Ukrainian).
- [5].A.V. Karpukhin, L.O. Kirichenko, D.I. Gritsiv, A.A. Tkachenko, "Primeneniye metodov nelineynoy dinamiki i fraktal'nogo analiza dlya otsenivaniya raboty infokommunikatsionnykh sistem s protokolom TCP" ["Application of the methods of nonlinear dynamics and fractal analysis to evaluate the operation of infocommunication systems with the TCP protocol"], *Electronic Journal of Cloud of Science*, Volume 1, No. 2, pp. 258 - 271, 2014. (in Russian).
- [6].P.V. Korolenko, M.S. Maganova, and A.V. Mesnyankin, Novatsionnyye metody analiza stokhasticheskikh protsessov i struktur v optike. Fraktal'nyye i mul'tifraktal'nyye metody, veyvlet-preobrazovaniya [*Innovative methods for the analysis of stochastic processes and structures in optics. Fractal and multifractal methods, wavelet transforms.*] Moscow, Russia: Moscow State University M.V. Lomonosov Research Institute of Nuclear Physics. D.V. Skobeltsyna, 2004. (in Russian).
- [7].V.V. Isaeva, Yu.A. Karetin, A.V. Chernyshev, and D.Yu. Skuratov, *Fraktaly i khaos v biologicheskoy morfogeneze. [Fractals and chaos in biological morphogenesis.]* Vladivostok, Russia: Institute of Marine Biology FEB RAS, 2004. (in Russian).
- [8].S.N. Semenov, N.P. Serezhchenko, "Primeneniye metodologii teorii fraktalov v elektrofiziologicheskoy diagnostike nevrologicheskikh zabolevaniy" ["Application of the methodology of the theory of fractals in the electrophysiological diagnosis of neurological diseases"], *Bulletin of new medical technologies*, volume 18, No. 2, pp. 59–63, 2011. (in Russian).
- [9].J.H. Kruhl, *Fractals and Dynamic Systems in Geoscience*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1994.
- [10].N.V. Mamonova, N.S. Olizko, "Fractals as a mechanism for the emergence of order from chaos," *Philological Sciences. Questions of theory and practice*, No. 5, part 2, p. 107–111, 2017. [Online] Available: http://scjournal.ru/articles/issn_1997-2911_2017_5-2_29.pdf [Sept. 10 2019] (in Russian).
- [11].A.A. Loktev, A.V. Zaletdinov, "Ispol'zovaniye fraktalov v zadachakh obespecheniya informatsionnoy bezopasnosti" ["The use of fractals in the tasks of ensuring information security"], *Vestnik TSU*, t.15, issue 2, pp. 599 – 604, 2010. (in Russian).
- [12].V.G. Nikonov, A.I. Zobov, O vozmozhnosti primeneniya fraktal'nykh modeley pri postroyenii sistem zashchity informatsii ["On the Possibility of Using Fractal Models in Building Information Security Systems"], *Computational nanotechnology*, No. 1, pp. 39-49, 2017. (in Russian).
- [13].A.F. Turbin, N.V. Pracovity, *Fraktal'nyye mnozhestva, funktsii, raspredeleniya. [Fractal sets, functions, distributions]* Kiev, Ukraine: Naukova Dumka, 1992. (in Russian).
- [14].M.V. Prats'ovtyty, *Fraktal'nyy pidkhid u doslidzhennyakh synhulyarnykh rozpodiliv [Fractal Approach in Singular Distribution Studies]*, Kiev, Ukraine: NPU named after M.P. Drahomanov, 1998. (in Ukrainian).
- [15].E.E. Zaitseva, V.G. Skobelev, "Shifr na osnove otobrazheniya Mandel'brot" ["Cipher based on the Mandelbrot mapping"], *Vestnik TSU, Appendix*, No. 23, pp. 107 – 113, 2007. [Online] Available: <http://lib.exdat.com/docs/2993/index-264357-27.html> [Sept. 11 2019] (in Russian).
- [16].M.A. Nazarkevich, I.M. Dronyuk, OA Troyan and T.Yu. Tomaschuk "Rozrobka metodu zakhystu dokumentiv latentnyimi elementamy na osnovi fraktaliv" ["Developing a Method for Securing Documents with Fractal-Based Latent Elements"] *Information Security*, Volume 17, No. 1, pp. 21-26, 2015 [Online] Available: <http://jrn1.nau.edu.ua/index.php/ZI/article/view/7505/9882> (in Ukrainian).

